

**UN MODELO DE TARIFICACIÓN ÓPTIMA CONSIDERANDO COSTOS SOCIALES  
INTEGRALES Y POLÍTICAS DE FINANCIAMIENTO DE INFRAESTRUCTURA**

Autor

Ricardo Antonio Fuentes Borrero

**Trabajo de Grado para optar al título de Magister en Ingeniería Civil**



Asesores:

Víctor Cantillo Maza

Héctor López Ospina

División de Ingenierías

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental

Barranquilla, Colombia

Primer Semestre de 2018

## CONTENIDO

1	Resumen .....	1
2	Introducción.....	2
2.1	Objetivos .....	4
2.2	Hipótesis de investigación.....	4
2.3	Contribuciones .....	5
2.4	Estructura del documento.....	5
3	ANTECEDENTES .....	6
3.1	Modelos de tarificación.....	6
3.2	Experiencias e implicaciones de la implementación de tarifas .....	10
3.3	Tarificación en infraestructura vial .....	12
3.3.1	<b>La economía del bienestar</b> .....	12
3.3.2	<b>Modelos de elección discreta</b> .....	14
4	MODELO DE TARIFA ÓPTIMA .....	17
4.1	Generalidades, parámetros y variables.....	17
4.1.1	<b>Medidas de bienestar</b> .....	17
4.1.2	<b>Variables de decisión</b> .....	17
4.1.3	<b>Definición de variables</b> .....	18
4.2	Presentación del modelo.....	20
4.3	Definición y especificación de funciones.....	23
4.3.1	<b>Función objetivo</b> .....	23
4.3.2	<b>Modelo de elección de tiempo de viaje: Logit Multinomial</b> .....	24
4.3.3	<b>Distribución del flujo vehicular</b> .....	24
4.3.4	<b>Flujos en cada periodo en vehículos equivalentes</b> .....	24
4.3.5	<b>Restricción de financiamiento de infraestructura</b> .....	25
4.3.6	<b>Rango óptimo de tarifas</b> .....	25
4.3.7	<b>Externalidades</b> .....	26
4.3.7.1	<b>Externalidad por daño al pavimento</b> .....	26
4.3.7.2	<b>Externalidad por daños ambientales</b> .....	27

<b>4.3.8</b>	<b>Función de utilidad de los individuos.....</b>	28
<b>4.3.9</b>	<b>Tiempo de viaje (BPR).....</b>	29
<b>4.3.10</b>	<b>Funciones de costo marginal y medio.....</b>	29
4.4	Supuestos, limitaciones y consideraciones.....	30
4.5	Metodología de optimización.....	31
5	aplicación.....	33
5.1	Introducción al caso de aplicación .....	33
5.2	Especificación y estimación de funciones de utilidad.....	35
<b>5.2.1</b>	<b>Instrumento y estadísticas.....</b>	35
<b>5.2.2</b>	<b>Funciones estimadas .....</b>	37
5.3	Análisis de aforos vehiculares y estimación de constantes específicas .....	39
<b>5.3.1</b>	<b>Sabanalarga-Baranoa.....</b>	40
5.4	Funciones BPR.....	44
5.5	Especificación de funciones de costo.....	46
<b>5.5.1</b>	<b>Costos ambientales.....</b>	46
<b>5.5.2</b>	<b>Costos de pavimento .....</b>	47
<b>5.5.3</b>	<b>Costos operacionales.....</b>	50
<b>5.5.4</b>	<b>Costos de inversión y mantenimiento.....</b>	52
6	Resultados.....	54
6.1	Vía Sabanalarga-Baranoa.....	54
6.2	Análisis de sensibilidad.....	73
<b>6.2.1</b>	<b>Variación de la demanda: Relaciones flujo-capacidad.....</b>	73
<b>6.2.2</b>	<b>Variación de la utilidad del tiempo .....</b>	80
6.3	Políticas de financiamiento .....	86
7	Conclusiones.....	88
8	Limitaciones e investigaciones futuras.....	90
9	Bibliografía.....	91
10	Apéndice .....	98
10.1	Estimación de constantes específicas (preferencias de viaje) .....	98
11	ANEXOS .....	100
11.1	Optimización por Enjambre de partículas.....	100

11.2	Configuración de los camiones .....	102
11.3	Descripción paramétrica.....	104
11.3.1	Variables de decisión .....	¡Error! Marcador no definido.
11.3.2	Definición de variables .....	¡Error! Marcador no definido.

## Lista de tablas

Tabla 1	Funciones de emisión.....	28
Tabla 2	Resultados de las utilidades marginales del tiempo e ingreso .....	37
Tabla 3	Tipos de periodo .....	40
Tabla 5	Constantes específicas estimadas por tipo de periodo .....	43
Tabla 8	Parámetros de la BPR para distintos tipos de vía .....	45
Tabla 9	Costo social de los contaminantes .....	47
Tabla 10	Factores camión en vías representativas por departamentos en Colombia.....	48
Tabla 11	Factores camión utilizados.....	49
Tabla 12	Valoración del daño al pavimento en COP/ESAL-km según la literatura .....	50
Tabla 13	Precio del galón de combustible por mes en 2018.....	52
Tabla 14	Anualidades a financiar Vía Sabanalarga-Baranoa .....	53
Tabla 16	Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento y $\gamma_1 = 1$ .....	62
Tabla 17	Resumen de estadísticas de tarifas promedio bajo diferentes políticas de financiamiento con promedio de $\gamma_1$ .....	62
Tabla 18	Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau_m m / \tau_{\text{autos}} \text{ autos}$ ) con $\gamma_1 = 1$ .....	64
Tabla 19	Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau_m m / \tau_{\text{autos}} \text{ autos}$ ) con promedio de $\gamma_1$ ....	65
Tabla 20	Resumen de estadísticas de medidas de bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento con promedio de $\gamma_1$ .....	65
Tabla 21	Tarifa en COP/km por periodo por tipo de vehículo para el escenario $\delta = -0,3$ y $\gamma_1=1$ en la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR) .....	67
Tabla 22	Tarifa en COP/km por periodo por tipo de vehículo para el escenario $\delta = -0,2$ y $\gamma_1=1$ en la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR) .....	67
Tabla 23	Tarifa en COP/km por periodo por tipo de vehículo para el escenario $\delta = 0$ y $\gamma_1=1$ en la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR) .....	70
Tabla 25	Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, demanda aumentada 50% en la vía SB-BR y $\gamma_1 = 1$ .....	75
Tabla 26	Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, demanda aumentada 50% en la vía Sabanalarga-Baranoa y $\gamma_1$ promedio. ....	76
Tabla 27	Cambio en las tarifas medias respecto a tarifas de la vía SB-BR sin aumentar la demanda en un 50%, $\gamma_1$ promedio.....	78

Tabla 28 Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau\mu m/\tau\mu autos$ ) con $\gamma 1 = 1$ .....	78
Tabla 29 Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau\mu m/\tau\mu autos$ ) con $\gamma 1$ promedio .....	79
Tabla 30 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la demanda en un 50%, $\gamma 1=1$ .....	79
Tabla 31 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la demanda en un 50%, $\gamma 1$ promedio .....	79
Tabla 32 Resumen de medidas de bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento y $\gamma 1$ promedio, vía SB-BR.....	80
Tabla 33 Variaciones en las medidas de bienestar considerando un aumento en la demanda vehicular vía SB-BR .....	80
Tabla 34 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, utilidad del tiempo aumentada en 20% en la vía Sabanalarga-Baranoa y $\gamma 1 = 1$ .....	82
Tabla 35 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, utilidad del tiempo aumentada en 20% en la vía Sabanalarga-Baranoa y $\gamma 1$ promedio. ....	82
Tabla 37 Tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%, $\gamma 1=1$ .....	84
Tabla 38 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%, $\gamma 1=1$ .....	84
Tabla 39 Tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%, $\gamma 1$ promedio .....	84
Tabla 40 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%, $\gamma 1$ promedio .....	84
Tabla 41 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento y $\gamma 1$ promedio, vía SB-BR. Utilidad del tiempo aumentada en un 20%. ....	85
Tabla 42 Cambios en medidas de bienestar con utilidad del tiempo aumentada en un 20%. ....	85
Tabla 43 Parámetros recomendados para el PSO .....	101
Tabla 44 Factores camión en vías representativas por departamentos en Colombia.....	103

## Lista de ilustraciones

Ilustración 1 Excedentes del consumidor, equilibrio social y privado .....	14
Ilustración 2 Esquema del funcionamiento del algoritmo de solución .....	32
Ilustración 3 Tarifa de peaje promedio en Colombia y en el departamento del Atlántico .....	33
Ilustración 4 Tarifa de peaje máxima en Colombia y en el departamento del Atlántico.....	34
Ilustración 5 formato de encuesta PD .....	36
Ilustración 6 Elección de los encuestados.....	36
Ilustración 7 Composición de la encuesta: tipo de vehículos encuestados.....	37
Ilustración 8 Utilidad del costo cada tipo de vehículo .....	38
Ilustración 9 Utilidad del tiempo por tipo de vehículo .....	38
Ilustración 10 Valoración subjetiva del tiempo (VST).....	38

Ilustración 11 Vía Sabanalarga-Baranoa .....	41
Ilustración 12 Volumen en vehículos mixtos vía Sabanalarga-Baranoa .....	41
Ilustración 13 Composición vehicular vía Sabanalarga-Baranoa .....	42
Ilustración 14 Variación de los flujos vehiculares en un día típico Sabanalarga-Baranoa .....	42
Ilustración 15 Flujos en vehículos equivalentes Sabanalarga-Baranoa .....	43
Ilustración 16 tipo de periodo frecuencia en un día típico.....	44
Ilustración 17 Proporción de mercado por tipo de periodo.....	44
Ilustración 24 Estado de la red vial pavimentada II semestre de 2017 .....	46
Ilustración 25 Consumo histórico energético en Colombia.....	51
Ilustración 26 Evolución del precio de la gasolina y Diésel en año 2018 .....	52
Ilustración 27 Variación de CS bajo diferentes políticas de financiamiento ( $\delta$ ) con distintas $\gamma_1$ .....	54
Ilustración 28 Variación de la recolección por tarifa (TR) bajo diferentes políticas de financiamiento ( $\delta$ ) con distintas $\gamma_1$ .....	55
Ilustración 29 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 1$ .....	56
Ilustración 30 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 0,75$ .....	56
Ilustración 31 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 0,5$ ...	57
Ilustración 32 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 0,25$ .....	57
Ilustración 34 Variación en tarifa media \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 1$ .....	58
Ilustración 35 Variación en tarifa media \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 0,75$ .....	59
Ilustración 36 Variación en tarifa media \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 0,5$ .....	59
Ilustración 37 Variación de tarifa media para autos en COP/km bajo diferentes valores de $\gamma_1$ .....	60
Ilustración 38 Variación de tarifa media para C2-C3 en COP/km bajo diferentes valores de $\gamma_1$ .....	60
Ilustración 39 Variación de tarifa media para C4-C5 en COP/km bajo diferentes valores de $\gamma_1$ .....	60
Ilustración 40 Variación de tarifa media para C6 en COP/km bajo diferentes valores de $\gamma_1$ .....	61
Ilustración 41 Rango de tarifa óptimo para autos en \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 1$ .....	63
Ilustración 42 Rango de tarifa óptimo para C2-C3 en \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento $\gamma_1 = 1$ .....	64
Ilustración 43 Tarifa en COP/km por periodo considerando $\delta = -0,2$ y $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR. ....	68
Ilustración 44 Volumen vehicular por periodo con y sin tarifa considerando $\delta = -0,2$ y $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR. ....	68
Ilustración 45 Tarifa en COP/km por hora considerando $\delta = -0,2$ y $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR. ....	69
Ilustración 46 Desplazamiento de la demanda considerando $\delta = 0$ y $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.....	69
Ilustración 47 Tarifa en COP/km por periodo considerando $\delta = 0$ y $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.....	70
Ilustración 48 Volumen vehicular por periodo con y sin tarifa considerando $\delta = 0$ y $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR. ....	71
Ilustración 49 Tarifa en COP/km por hora considerando $\delta = 0$ y $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.....	71

Ilustración 50 Desplazamiento de la demanda considerando $\delta = 0$ y $\gamma_1 = 1$ . Vía SB-BR.....	72
Ilustración 51 Comparación de las fluctuaciones en la demanda vehicular bajo distintas políticas de financiamiento.....	73
Ilustración 59 Cambios en el bienestar del consumidor con demanda aumentada 50% Vía Sabanalarga-Baranoa .....	74
Ilustración 60 Cambios en el ingreso por tarifa con demanda aumentada 50% Vía SB-BR.....	75
Ilustración 61 Rango de tarifa óptimo para autos. Demanda aumentada 50% Vía SB-BR.....	77
Ilustración 62 Rango de tarifa óptimo para C2-C3. Demanda aumentada 50% Vía SB-BR.....	77
Ilustración 63 Variación del bienestar del consumidor con utilidad del tiempo incrementada 20% .....	81
Ilustración 64 Variación de la recolección por tarifa con utilidad del tiempo incrementada 20% .....	81
Ilustración 65 Rango de tarifas óptimas para autos .....	83
Ilustración 66 Rango de tarifas óptimas para C2-C3 .....	83
Ilustración 67 Esquema de la optimización por enjambre de partículas.....	101
Ilustración 68 Esquemas de configuración de los camiones.....	103

## 1 RESUMEN

Esta investigación desarrolla un modelo que permite estimar una tarifa óptima de peaje en carreteras considerando costos sociales integrales como las externalidades por congestión, daños al pavimento, emisiones ambientales, costo del tiempo de los usuarios y costos operativos para la realización de un viaje, además de costos de mantenimiento y construcción de infraestructura vial. El modelo propuesto está basado en principios de bienestar social, proponiendo una forma funcional para calcular el bienestar social de un flujo multi-clase y que se desplaza en múltiples periodos, sujeto a una redistribución de los flujos, según la tarifa, de acuerdo a un modelo de elección de período de viaje tipo logit multinomial y restricciones de financiamiento de infraestructura. El modelo es optimizado mediante el método de enjambre de partículas (PSO por sus siglas en inglés), considerando múltiples tamaños de enjambre, inercia y parámetros de comportamiento.

Se aplicó el modelo en tramos carreteros de la región Caribe colombiana, en específico, en el departamento del Atlántico. En estos corredores se encontró que los flujos vehiculares tienden distribuirse en 4 periodos típicos, con composiciones vehiculares donde predominan los camiones de dos ejes, por lo que la externalidad por daño al pavimento tiende a ser alta. Adicionalmente, se encontró que el valor subjetivo del tiempo para los vehículos con más ejes tiende a ser mayor a la de autos por lo que sus patrones de viaje son poco sensibles a los cambios en las tarifas de peaje.

Los resultados de las simulaciones muestran que, en promedio, los camiones deben pagar por lo menos 2,53 veces lo que pagaría un automóvil. Por otra parte, se encontró que las estrategias de financiamiento que contemplan una tarifa mínima equivalente a 0,5 la externalidad que genera un vehículo pueden llegar a equilibrios con mayores bienestar sociales mediante la utilización de subsidios cruzados entre clases vehiculares. Adicionalmente, las variaciones en la utilidad del tiempo generan aumentos en las tarifas promedio de los camiones especialmente en casos donde la política de financiamiento contempla auto sostenimiento o generación de ingresos. Por último, se encontró que las políticas de financiamiento de infraestructura parcial generan un bienestar social superior, a aquellas que requieren generar ingresos superiores al costo de infraestructura, ya que pueden desestimular la demanda vehicular y generar problemas distributivos.

**Palabras Clave:** Tarifa optima, políticas de financiamiento, bienestar social, enjambre de partículas



## 2 INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la infraestructura y la conectividad de la red de transporte están estrechamente relacionados con la competitividad y el desarrollo económico de un país. En particular, en Colombia, el transporte público de pasajeros y el transporte terrestre representan una parte importante de la actividad de transporte nacional (Ministerio de Transporte., 2017). Más aún, los proyectos de desarrollo de infraestructura vial rural e interurbana son esenciales en la estimulación del comercio interno del país, el turismo y en general la dinámica económica de las regiones.

Estudios revelan que una buena infraestructura de transporte tiene un impacto importante en el desarrollo social; en consecuencia, el mantenimiento de carreteras y la inversión en infraestructura son condiciones necesarias para lograr el desarrollo en un país (Ivanova & Masarova, 2013). Sin embargo, la provisión de infraestructura vial, la cual es un activo del estado, depende principalmente del presupuesto público y la planificación del territorio, por lo que en muchos casos suelen encontrarse inversiones insuficientes, en especial en países en vía de desarrollo, los cuales se enfrentan a restricciones presupuestarias muy fuertes.

La construcción y mantenimiento de infraestructura vial, especialmente en áreas interurbanas y rurales, representa un desafío importante en términos de financiamiento y planificación, debido a la alta inversión inicial causada por el costo de las soluciones de infraestructura y la necesidad de mantenimiento periódico para garantizar buenas condiciones de operación. Si bien es claro que uno de los propósitos principales de un gobierno es aumentar la conectividad y el acceso entre diferentes zonas, logrando aumentos en la competitividad y el bienestar general (DNP, 2014), los fondos públicos son limitados, lo que resulta en la necesidad de generar proyectos acordes a las restricciones financieras.

Investigadores han encontrado que las inversiones en infraestructura pueden afectar el bienestar principalmente de dos formas. En primer lugar, mediante la estimulación del crecimiento económico y en segundo lugar mediante las mejoras potenciales en calidad de vida de aquellos beneficiados por la medida, por lo que estas intervenciones deben ser incluidas en los planes de desarrollo regional y nacional de cualquier territorio (Haughwout, 2001). Algunos autores como (Ivanova & Masarova, 2013) afirman que una buena infraestructura de transporte tiene un impacto importante en el desarrollo social, considerando que las inversiones en infraestructura han demostrado tener altas tasas de retorno especialmente en países en vía de desarrollo (Fan & Chan-Kang, 2005).

Teniendo en cuenta la importancia de proveer infraestructura vial, es fundamental establecer políticas de financiamiento que permitan desarrollar proyectos de distintas índoles, en especial en zonas rurales e interurbanas. Para esto es necesario involucrar a todos los agentes económicos relevantes, tanto en la fase de construcción, como en mantenimiento y el uso de dicha

infraestructura. Evidencias de estudios en China revelan que la infraestructura vial en zonas rurales es de más calidad cuando el gobierno y los líderes municipales colaboran (Lun Wong, Luo, Zhang, & Rozelle, 2013), por lo que es fundamental que gestión y financiamiento consideren al usuario y a los gobiernos locales.

Ahora bien, sería ideal si los sistemas de infraestructura vial fueran auto sostenibles financieramente; sin embargo, el concepto de sostenibilidad no debe limitarse a los costos pecuniarios asociados a los gastos fijos y el mantenimiento de la infraestructura, ya que existe una serie de externalidades (negativas) producidas por los usuarios que afectan las estructuras de costos de los demás miembros de la sociedad, los cuales rara vez son incorporados a los precios pagados por los usuarios (De Rus, Campos, & Nombela, 2003).

Estas externalidades afectan el bienestar social de los demás individuos del sistema, mediante el aumento en los tiempos de viaje (congestión), daño de la infraestructura, emisión de contaminantes (daño ambiental) y aumento de accidentes automovilísticos, generando fallas de mercado que disminuyen la eficiencia del sistema. Estos costos sociales, los cuales están implícitos en la circulación de un vehículo por una vía y no son percibidos por el usuario, deben ser internalizados con la finalidad de alcanzar equilibrios socialmente óptimos en el uso y provisión de la infraestructura, de manera que se puedan desarrollar proyectos sostenibles desde el punto de vista social y económico.

Una herramienta comúnmente utilizada con la finalidad de financiar el costo de la infraestructura vial y gestionar el tráfico es la tarificación o fijación de precios por uso de la infraestructura. La evidencia empírica existente demuestra que la tarificación reduce la demanda vehicular y las externalidades (Nie & Liu, 2010), por lo que es posible lograr equilibrios socialmente óptimos (o más cercanos al óptimo). Estos esquemas de tarificación pueden estar basados en el impacto marginal de un vehículo (a costos marginales), según la elasticidad de la demanda (Ramsey), entre otras alternativas (Fernández, 1997). No obstante, hay una clara necesidad de desarrollar un esquema que permita contemplar costos sociales integrales, por la importancia que tiene la reducción de externalidades, y diversas políticas de financiamiento de infraestructura, teniendo en cuenta la importancia de la construcción y el mantenimiento de las vías especialmente en el ámbito rural e interurbano.

Considerando los argumentos anteriormente expuesto, en esta investigación se presenta un esfuerzo por construir un modelo que permita estimar tarifas de peaje socialmente óptimas que minimicen los costos sociales, incluyendo las externalidades derivadas de la congestión, daño del pavimento y daño ambiental, por tipo de vehículo y por periodo en el cual se realiza el viaje, considerando distintas razones flujo-capacidad y políticas de financiamiento de infraestructura, como por ejemplo financiación completa por el estado, cero financiación o financiación parcial.

El modelo propuesto se encuentra basado en principios microeconómicos y de la economía del bienestar, para lo cual se construyó una función de beneficios totales. Mediante la implementación de un modelo de elección discreta como un logit multinomial fue posible estimar funciones de utilidad asociadas a cada tipo de vehículo, capturando a las condiciones locales mediante el ajuste de constantes específicas basados en aforos vehiculares y considerando heterogeneidad en los valores del tiempo de los vehículos que circulan en la red.

Los resultados de esta investigación permiten identificar la interacción entre el bienestar social, costos sociales, la fijación de tarifas y las políticas de financiamiento. Por otra parte, el valor agregado del trabajo investigativo radica en proporcionar una herramienta que permite estimar rangos de tarifas óptimas para flujo multi-clase y multi-periodo, información importante en la planificación de proyectos de infraestructura de impacto interurbano y rural. La principal novedad de la investigación es la inclusión de costos sociales integrales, minimización de externalidades, inclusión de costos de mantenimiento y construcción de infraestructura y la inserción de políticas de financiamiento.

## **2.1 Objetivos**

El objeto general de esta investigación es desarrollar un modelo que permita estimar la tarifa de peaje óptima por periodo y tipo de vehículo, involucrando costos sociales, costos de inversión y mantenimiento de infraestructura y políticas de financiamiento. Adicionalmente, la presente investigación tiene los siguientes objetivos específicos:

- Proponer especificaciones para el modelo incluyendo costos sociales integrales y diferentes políticas de financiamiento de infraestructura.
- Aplicar el modelo de tarificación en el contexto colombiano considerando distintos niveles de flujo vehicular y relación flujo-capacidad, estimando valores de tarifas óptimas bajo diferentes políticas de financiamiento de infraestructura.
- Proponer políticas de financiamiento o alternativas de gestión para mejorar y/o posibilitar la implementación de la tarificación vial en Colombia.

## **2.2 Hipótesis de investigación**

La hipótesis de esta investigación establece que las tarifas óptimas de peaje dependerán principalmente en la relación flujo capacidad de la vía en estudio y de la contribución marginal que un vehículo tiene sobre el nivel de externalidades, lo que implica pérdidas de bienestar social por aumentos en los tiempos de viaje. Adicionalmente, se considera que los vehículos más grandes tendrán tarifas más altas por causar un mayor nivel de externalidades.

## **2.3 Contribuciones**

El valor agregado de la presente investigación es la producción de una herramienta que permita estimar tarifas óptimas para el desarrollo de infraestructura vial y minimización de las externalidades asociadas al uso de las carreteras, considerando factores políticos, sociales y financieros. Se considera que esta herramienta es muy útil en la planificación rural y suburbana de los territorios, especialmente en países en vía de desarrollo, considerando que la frontera de posibilidades para financiar un proyecto de infraestructura vial puede superarse y adicionalmente posibilita el estudio de escenarios de financiamiento acorde a las limitaciones presupuestarias.

## **2.4 Estructura del documento**

La primera parte de la investigación presenta los modelos de tarificación vial desarrollados por la comunidad científica y experiencias alrededor del mundo al implementar este tipo de sistemas, en segundo lugar, el documento presenta brevemente conceptos sobre economía del bienestar y modelos de elección discreta, los cuales son los más relevantes en la presente investigación. En los capítulos subsecuentes, el modelo económico propuesto es presentado junto con sus limitaciones, especificaciones y ámbito de aplicación.

Así mismo, las funciones de costo son descritas y especificadas para la implementación del modelo. Posteriormente, el documento presenta un caso de aplicación del modelo propuesto en la costa Caribe Colombiana, calibrando funciones de utilidad mediante el uso de un logit multinomial y encuestas de preferencias declaradas, análisis estadístico de aforos vehiculares de la vía Sabanalarga-Baranoa, en el departamento del Atlántico. Seguidamente, se presenta un análisis de los resultados del bienestar social estimado y las tarifas óptimas bajo distintas políticas de financiamiento. Finalmente, se presenta una sección con las conclusiones más relevantes de la investigación y se proponen futuras líneas de investigación.

### 3 ANTECEDENTES

En el presente capítulo, se presentan las investigaciones que se han adelantado sobre la implementación de modelos de tarificación y las experiencias que se han tenido alrededor de mundo.

#### 3.1 Modelos de tarificación

La tarificación es un tema de interés creciente que combina simultáneamente factores políticos, económicos y sociales, en el cual se estiman las tarifas que deben pagar los usuarios para utilizar la infraestructura o un servicio de transporte, la cual es información importante para propósitos de planificación a corto y largo plazo (Ozbay & Bartin, 2001). Un tema de investigación interesante dentro de la tarificación es la estimación del peaje óptimo en una red de transporte. Los esquemas de tarificación se basan en enfoques de bienestar, elasticidad de la demanda y características de los servicios de transporte, por lo que los modelos de peaje requieren flexibilidad y adaptabilidad.

Ahora bien, un enfoque de bienestar comúnmente utilizado por las agencias es la maximización de ganancias, alcanzan el equilibrio cuando el ingreso marginal es igual a los costos marginales (Varian, 2010). En el contexto del uso de la infraestructura vial, este tipo de enfoque es comúnmente utilizado por agencias privadas que forman asociaciones público-privadas con gobiernos, mediante concesiones viales, contratos de servicios, arrendamientos e incluso privatizaciones a gran escala (Mbara, Nyarirangwe, & Mukwashi, 2010). Es menester aclarar que comúnmente el sector público limita la tarifa a unos valores máximos por circunstancias relacionadas a problemas distributivos y de aceptabilidad social. Por otro lado, la provisión de bienes públicos comúnmente utiliza un enfoque de bienestar social en el cual el excedente del consumidor se maximiza cuando los costos del usuario para el uso de la carretera son nulos (Nicholson & Snyder, 2008). Otros enfoques intentan maximizar el uso, con el fin de obtener todo el beneficio posible de la utilización del bien, evitando pérdidas de inversión debido a la subutilización (Small & Verhoef, 2007).

Pero, ¿Si los objetivos de estos agentes económicos son tan diferentes, quien financia la infraestructura? Usualmente, los costos de capital de la infraestructura en la provisión de la red de transporte son asumidos por el Gobierno (De Rus, Campos, & Nombela, 2003); sin embargo, los costos de mantenimiento y los costos operativos de una carretera son igualmente importantes para mantener un activo funcional y obtener mayores rendimientos sociales. Algunos autores afirman que la calidad del servicio es tan importante para la demanda de transporte, que debe incluirse en cualquier análisis de dotación de bienes públicos (Small & Verhoef, 2007).

La infraestructura vial se considera un bien público definido en términos económicos como un bien no exclusivo y que no tiene rivales, que tiene como característica un alto costo inicial de

inversión y unas duraciones medias de vida (frecuentemente) inversamente proporcionales a la inversión inicial (De Rus, Campos, & Nombela, 2003). Los altos niveles de inversión inicial de este tipo de bienes implican un flujo de caja constante y un conjunto de costos de mantenimiento periódicos, por lo que la sostenibilidad financiera es uno de los mayores desafíos que enfrenta un gobierno o agencia en materia de transporte y aprovisionamiento de infraestructura, debido a la necesidad de disponibilidad de fondos. En estructuras de transporte con altos costos fijos (como las vías rurales), estudios previos han revelado que la financiación pública de proyectos para cubrir pérdidas pecuniarias no es una solución sostenible a largo plazo (De Rus, Campos, & Nombela, 2003).

En la provisión de infraestructura se deben considerar los costos privados; sin embargo, aunque los costos pecuniarios debido a los costos operacionales, de infraestructura y de mantenimiento son importantes, en términos sociales, es necesario incluir externalidades en el análisis. (De Rus, Campos, & Nombela, 2003). Las externalidades se pueden definir como las actividades en las que incurre un agente económico que no se reflejan en su estructura de costos, pero sí afectan las transacciones de mercado de otros agentes (Nicholson & Snyder, 2008). Debido a que las externalidades rara vez se incluyen en los esquemas de precios (De Rus, Campos, & Nombela, 2003), se omite la razón principal que no permite que el mercado produzca en un nivel eficiente por sí mismo (Small & Verhoef, 2007). Por lo tanto, existe la necesidad de crear un sistema que integre los costos sociales, la provisión de infraestructura y los costos de mantenimiento en las funciones de costo de los usuarios de la carretera considerando las políticas de financiamiento.

Es importante señalar que las agencias privadas que recientemente están involucradas en el mantenimiento y gestión de carreteras mediante concesiones (Mbara, Nyarirangwe, & Mukwashi, 2010) experimentan un conjunto de costos debido a su operación que dependen de la capacidad de la infraestructura, el tipo de vehículos que circulan y el flujo total de tráfico, entre otros (De Rus, Campos, & Nombela, 2003). Dado que las proporciones de flujo a capacidad son importantes en las estructuras de costos de las agencias, deben ser involucradas en la formulación de esquemas de tarificación.

Las tarifas de peaje aparecen como una herramienta interesante para internalizar los costos sociales y redefinir los equilibrios de los mercados de carreteras rurales para maximizar el bienestar social considerando restricciones presupuestarias (para financiar costos de infraestructura y mantenimiento) y externalidades (para lograr el óptimo social). Los esquemas de tarifa de peaje se han aplicado en diferentes países principalmente para mitigar los efectos de congestión. En el análisis, la provisión de infraestructura debe considerar peajes que no solo reflejen los costos marginales por congestión sino también el impacto del uso de la infraestructura para mantener la calidad de la infraestructura. (De Rus, Campos, & Nombela, 2003). Adicionalmente, la aplicación de peaje por congestión en el mundo real implica varias dificultades, como usuarios heterogéneos, redes multimodales o efectos dinámicos y estocásticos. (Holguín-Veras & Cetin, 2009), sin

mencionar los desafíos que enfrenta por la recolección de la tarifa y los problemas en términos de equidad que se generan en algunos casos. No obstante, aunque la tarificación vial no es la única respuesta para financiar todo tipo de vías en el futuro, estos son importantes y deben acoplarse rápidamente a los sistemas de transporte (Samuel, 2007).

Diversos investigadores han desarrollado modelos para estimar los efectos importantes de la elasticidad de la demanda, la red y el tipo de vehículos, entre otros, en las actividades de peaje. Los académicos han explorado esquemas de precios tales como los modelos *first-best*<sup>1</sup> que consideran las tarifas iguales a la diferencia entre los costos marginales y los costos promedio privados (Small & Verhoef, 2007). Así mismo, se han desarrollado modelos bajo niveles eficientes de millas viajadas por vehículo (VMT) como concepto de tarifa, sugiriendo que la tarifa de VMT implica niveles de precios más altos que el costo del combustible; sin embargo, el sistema de transporte logra más eficiencia si se considera el tipo de vehículo y la clase funcional vial. (Oh, Labi, & Sinha, 2007). Otras formulaciones han estudiado esquemas de cobro de costos marginales bajo múltiples demandas de los usuarios y peajes independientes según el tipo de usuario, teniendo en cuenta la equivalencia de vehicular (especialmente en camiones) y costos sociales (Holguín-Veras & Cetin, 2009). Los costos de inversión y mantenimiento han estado involucrados en investigaciones recientes considerando el comportamiento de ruta más corta en los usuarios para capturar los efectos de sustitución de la demanda (Ozbay & Bartin, 2001).

Por otro lado, diversos investigadores también han explorado otros esquemas de tarificación basados en costos marginales para estimar la capacidad óptima de la infraestructura que debe dotarse, encontrando que cuando se está en presencia de retornos de escala constantes no son necesarios cargos adicionales para recuperar el costo fijo (De Rus & Romero, 2004). Otro enfoque explorado recientemente es la fijación de precios por valor, que es una forma específica de fijación de precios de congestión. Thomas Light (2009) investigó sobre los efectos en el bienestar social de la divisibilidad de la capacidad vial mediante la fijación de precios en carriles exclusivos, utilizando modelos logit mixtos para estimar el ahorro de tiempo de viaje del usuario y, por lo tanto, incrementando el bienestar (excedente) social. El modelo de (Light, 2009) demostró que la capacidad vial depende positivamente del valor del tiempo de los usuarios, lo cual es importante debido a que en la presente investigación se considera heterogeneidad en los valores del tiempo según tipo de vehículo. No obstante, una limitación del modelo desarrollado por Light fue la consideración de un único período pico, aunque los patrones de tráfico muestran variaciones dramáticas dependiendo del día de la semana u hora.

Adicionalmente, se han realizado análisis de peajes que varían en el tiempo en una red utilizando simulación y que permite el estudio del tiempo de salida y las opciones de ruta (De palma, Kilani, & Linsey, 2005), e integración de la tarifa de peaje con medidas de planificación de transporte público utilizando algoritmos genéticos y el método de Franke-Wolfe (Chen & Nozick, 2016),

---

<sup>1</sup>First best: Modelos en los que todas las condiciones de optimalidad se consiguen.

Modelos de análisis empírico, que incluyen efectos de retroalimentación y factores camión (Iseki & Li, 2013) y algoritmos heurísticos para estimar las soluciones *second best*<sup>2</sup>, revelan que las carreteras en las que se cobra en todos los carriles puede llegarse a menores bienestar sociales que cuando únicamente se establece una tarifa en un carril exclusivo (Verhoef, 2002). A su vez, modelos basados en teoría de juegos y equilibrios de Nash sugieren que cuando las autoridades tienen la autonomía para retener completamente los ingresos de las tarifas tienden a incrementar el valor de la tarifa para extraer más beneficios (Watling, Shepherd, & Koh, 2015) lo que genera en el agregado una transferencia de bienestar de los consumidores al productor (El estado o el concesionario). No obstante, esta transferencia puede desincentivar el uso de la estructura y llevar a reducciones de la demanda en el largo plazo, por lo cual se puede decir que hay evidencias de la necesidad de instaurar un límite máximo en la fijación de tarifas.

A pesar de que hay un interés creciente en los temas de tarificación vial, la implementación de tarifas en la práctica es complicada, debido a la resistencia de los agentes económicos que esperan tener reducciones en sus excedentes cuando se implementan este tipo de estrategias. Con el fin de lograr el apoyo público, algunos investigadores han propuesto reinvertir los ingresos de peaje en los sistemas de transporte público para crear redes de transporte sostenibles (Chen & Nozick, 2016), el cual es un enfoque importante considerando que la tarificación influye en la provisión del servicio de transporte así como en la inversión a largo plazo en la capacidad de la infraestructura (De Rus, Campos, & Nombela, 2003). Estas tarifas de peaje se prefieren cada vez más al impuesto a la gasolina y se considera una de las formas más justas de financiar nuevas carreteras. (Samuel, 2007).

Así mismo, los modelos de tarifas electrónicas o e-tolls desarrollados por (Pearce & Nash, 1982) y reformulados por (Jara-Díaz & Videla, 1989), proporcionó un método para estimar la pérdida total de bienestar de los usuarios debido a la implementación de peajes y la recaudación de fondos, basada en la valoración social del tiempo y los ahorros de tiempo de viaje. A pesar de que existen métodos para estimar los beneficios del consumidor (usuario de la vía), la forma en que cada individuo percibe su propio beneficio es diferente, principalmente porque los individuos valoran su tiempo e ingreso de manera diferente. (Jara-Díaz S. , Transport Economic Theory, 2007).

Algunos investigadores afirman que en el caso de las autopistas, dado que estas tienen como propósito vender un viaje más rápido, más confiable y menos estresante (Samuel, 2007), la aceptabilidad de la medida de tarificación tiende a estar relacionada con el valor del tiempo de un individuo, esto es, su disposición a pagar. No obstante, detrás de la disposición a pagar y los beneficios para los usuarios, cada percepción individual del valor de su propio tiempo, su propio confort y seguridad propia (Jara-Díaz S. , Transport Economic Theory, 2007). En este contexto, las medidas exactas de bienestar social son difíciles de estimar, por la heterogeneidad en la

---

<sup>2</sup> Condición en la cual una o más condiciones de optimalidad no pueden cumplirse por lo cual se recurre a la segunda mejor solución. (Small & Yan, 2001)



valoración de los atributos de una alternativa, debido a la elasticidad de la demanda y la diferencia de los individuos. Algunas evidencias sobre la elasticidad del precio de la demanda de las carreteras muestran que la demanda en las redes interurbanas es relativamente inelástica, por lo que cuando la demanda está por debajo del nivel esperado, los precios se ajustan en la dirección opuesta a la que dicta la eficiencia económica. (De Rus & Romero, 2004).

En resumen, existen estudios que consideran una pluralidad de escenarios en los que se plantean tarifas óptimas; sin embargo, hay poca literatura que desarrolle modelos que integren costos sociales y políticas de financiamiento de infraestructura vial rural en países en vía de desarrollo como parte del proceso de optimización.

### **3.2 Experiencias e implicaciones de la implementación de tarifas**

La implementación de tarifas como estrategia de financiación de infraestructura es una práctica que ha ganado apoyo en la comunidad científica por su potencial para reducir la congestión vehicular, así como su rol en la construcción y mantenimiento de carreteras (Cantos-Sánchez, Moner-Colonques, Sempere-Monerris, & Álvarez-SanJaime, 2009).

La reducción de fenómenos como la congestión y la contaminación ha guiado a que los sistemas de tarificación hayan sido introducidos en ciudades como Londres en 2003, Estocolmo en 2006 y Milán en 2008. Una de las experiencias más exitosas ha sido el sistema implementado en Estocolmo, Suecia, en el año 2006. A pesar de que inicialmente la medida tuvo una gran cantidad de opositores la aceptabilidad pública cambió con las evidentes reducciones en la congestión vehicular y las emisiones. (Borjesson, Eliasson, Hugosson, & Brundell-Freij, 2012)

Estudios cualitativos revelan que la aceptación pública de los sistemas de tarifa es baja, principalmente por factores como la equidad, la complejidad y la incertidumbre sobre la efectividad del esquema y la posterior utilización de los recursos. Evidencias en Edinburgo y Hong Kong, revelan que el desconocimiento de los posibles beneficios del esquema de tarifas es uno de los factores de mayor rechazo (Gu, Liu, Cheng, & Saberi, 2018) por lo cual comunicar efectivamente las mejoras en el corto plazo y en los beneficios a mediano y largo plazo es fundamental.

Investigadores encontraron que la implementación de un sistema de tarifas genera una inmediata reducción de la demanda; no obstante, con el tiempo los flujos vehiculares aumentan y la disminución de flujo inicial se reduce. En el caso de Estocolmo, se encontró la elasticidad al costo en el largo plazo es mayor que la de corto plazo, ya que en el largo plazo hay más mecanismos de adaptación a la medida, por lo cual es posible que exista sustitución modal y en otros casos cambios de ruta y, por ende, un incremento de la aceptabilidad y adaptación natural a la medida, especialmente cuando perciben mejoras. (Borjesson, Eliasson, Hugosson, & Brundell-Freij, 2012)

No obstante, en el caso de Gothenburg cuyas tarifas entraron en vigencia en 2013 mostraron que hubo una mejora en la aceptabilidad de la medida en el mediano plazo, aunque esta mejora no se generó porque los beneficios fueran mayores a los anticipados como en Londres o Estocolmo, sino más bien que entraron a *un status quo*. Ante este hecho, es posible considerar que hay un fenómeno de resistencia a la implementación de los sistemas de tarifa porque la sociedad tiene una inherente aversión al cambio (Börjesson, Eliasson, & Hamilton, 2016).

Es importante mencionar que (Börjesson, Eliasson, Hugosson, & Brundell-Freij, 2012) encontraron que en gran medida el éxito de los sistemas de tarificación depende más de la aceptabilidad política que de la aceptabilidad pública. Si bien es cierto que la aceptabilidad política está ligada a la opinión pública, es más importante que la instauración de políticas de fijación de tarifas este acompañada de reformas institucionales que les permita empoderar a las instituciones locales y regionales, gestionando los recursos recolectados para procesos de planificación e inversión, que a su vez genere mejoras en la percepción del público.

Aunque la evidencia empírica demuestra que los sistemas de tarificación brindan mejoras en el bienestar social agregado, ciertos casos han demostrado que los equilibrios más eficientes desde el punto de vista económico son aquellos más desiguales, favoreciendo a los usuarios de mayor ingreso. Estos efectos distributivos de la tarifa impactan en gran medida a los usuarios de escasos recursos por los patrones de uso de suelo, y las largas distancias que deben recorrer entre los sectores laborales y residenciales. Teniendo esto en cuenta dentro de la gestión pública de las instituciones locales, es recomendable realizar una redistribución de los ingresos de las tarifas, compensando a aquellos con más bajos recursos (Kristoffersson, Engelson, & Börjesson, 2017). Otros investigadores han encontrado que la inversión en los sistemas de transporte público genera efectos redistributivos positivos que aumentan la aceptación pública de la medida (Gu, Liu, Cheng, & Saberi, 2018).

Evidencias exploradas por (Gu, Liu, Cheng, & Saberi, 2018) muestran que para lograr la implementación de un sistema de tarifas exitoso la realización de referendos y pruebas piloto es valiosa (más no necesaria), mientras que un proceso de orientación e interactivo es más deseado. Adicionalmente, la gestión de los recursos generados debe ser clara, especialmente en países en vía de desarrollo, los cuales por las disparidades socioeconómicas tienden a verse considerablemente impactados por las tarifas.

En países en vía de desarrollo, como Colombia, la implementación de peajes ha generado malestar social y las comunidades se han opuesto a su cobro, a pesar de la evidente modernización de la infraestructura, lo que ha ralentizado el proceso de ejecución de obras en muchos casos (Ospina, 2004).

En la literatura existe evidencia suficiente para afirmar que la tarificación genera beneficios sociales en el agregado; no obstante, aún tiene muchas limitaciones en cuanto a la financiación de infraestructura, distribución del ingreso y los efectos negativos a la equidad social. Debido a que el análisis de los impactos distributivos de la medida, de acuerdo con las condiciones socioeconómicas, no se encuentra dentro del alcance del presente estudio, este efecto únicamente se tendrá en cuenta en la formulación conceptual de las políticas de financiamiento.

### 3.3 Tarificación en infraestructura vial

En el presente capítulo, se presentan los conceptos teóricos relevantes para el desarrollo del trabajo de investigación, en específico teorías de la economía del bienestar y modelos de elección discreta.

#### 3.3.1 La economía del bienestar

La suma de los beneficios totales obtenidos por consumidores y productores derivados de la interacción de oferta y demanda en un mercado, se denominan bienestar social, lo cual en el contexto de la presente investigación básicamente representa el beneficio del sistema por utilizar una vía. Ahora bien, los beneficios de los consumidores se pueden definir como la diferencia entre la disposición a pagar y el costo en el que incurre el usuario para obtener un bien o servicio y se denomina bienestar del consumidor.

Considerando que en las decisiones de viaje los agentes económicos se enfrentan a problemas de elección discreta, formulaciones alternativas para estimar el bienestar del consumidor han sido planteadas por autores como (Williams, 1977), basadas en la teoría de la utilidad aleatoria, asumiendo que todo agente económico es racional, es decir, busca maximizar su utilidad. Este autor propuso la formulación *logsum*<sup>3</sup>, la cual es una de las más famosas y utilizadas para estimar el bienestar de los consumidores, asumiendo errores independientes e idénticos (IID), distribuidos Gumbell y una función de probabilidad de escogencia de una alternativa es la curva de demanda de esa alternativa, por lo que su integral sería el bienestar del consumidor, de lo cual se obtiene que el bienestar es equivalente a la utilidad indirecta que la alternativa escogida genere (Kohli & Daly, 2006).

Se supone que los consumidores tienen preferencias consistentes y transitivas. Además, la atractividad de cada alternativa puede entenderse como una función monotonica denominada función de utilidad (Kohli & Daly, 2006). La atractividad (utilidad) de las características de una alternativa pueden ser estimadas mediante apropiadas formulaciones econométricas (Small & Verhoef, 2007).

---

<sup>3</sup> Logsum: integral de la función de probabilidad del modelo logit multinomial. Logaritmo natural de la sumatoria en todos los periodos del exponencial de las utilidades de las alternativas.  $\ln \sum e^{v_{im}}$ .

La forma de las funciones log sum para estimar el bienestar del consumidor es  $U^r(m) = \frac{1}{\theta} \ln \sum_{i=1}^I e^{V_{im}}$ , donde  $U^r$  es la utilidad de un individuo en el vehículo tipo  $m$ ,  $\theta$  es la utilidad marginal del ingreso y  $V_{im}$  es la utilidad sistemática de la alternativa. En consecuencia si se considera que no todos los usuarios tienen la misma ponderación de sus utilidades debido a diferencias en propósitos del viaje (diferentes valoraciones de tiempo e ingreso), diferencias en costos operacionales o las tarifas de peaje, entre otras, el bienestar social de todos los usuarios (en otras palabras el excedente de los consumidores) será:

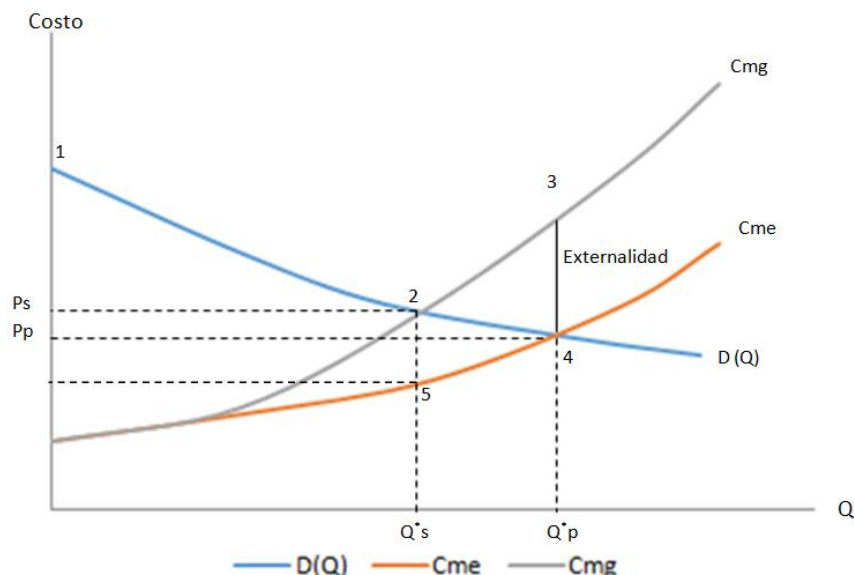
$$\sum_{m=1}^M U^r(m) = \sum_{m=1}^M Q_m \frac{1}{\theta_{cm}} \ln \sum_{i=1}^I e^{V_{im}} \quad (3.1)$$

En síntesis, definimos el bienestar del consumidor como la utilidad máxima, en términos monetarios, que un individuo puede percibir al realizar una elección entre sus alternativas.

Por otra parte, los beneficios de los productores (estado o concesionario de la vía) son la diferencia entre el precio pagado por un usuario y el costo que tiene proveer el bien o el servicio y se denominan excedentes del productor, lo cual correspondería en el contexto de esta investigación al total de los ingresos recolectados por el cobro de tarifas para financiar la infraestructura (Fernández, 1997).

En el contexto de la economía del transporte los equilibrios de mercado tienden a ser superiores (mayores flujos vehiculares) a los equilibrios socialmente óptimos, debido a que los usuarios únicamente perciben los costos operacionales y el tiempo de viaje, por lo cual no incluyen en su estructura de costos su impacto en la congestión vehicular, la contaminación ambiental y el daño en el pavimento, entre otras externalidades. Bajo el punto de vista de la eficiencia económica (bienestar social máximo) un sistema maximizará sus beneficios mediante la utilización de una tarifa (precio por el bien o servicio) siempre que esta sea igual a la diferencia entre los costos marginales y los costos medios (Jara-Díaz S. , Transport economic theory, 2007).

Esto puede visualizarse gráficamente en la siguiente ilustración, en la cual se puede evidenciar que cuando los usuarios únicamente perciben costos asociados al tiempo de viaje y los costos de operación el flujo vehicular es mayor ( $Q_p$ ) (punto 4) que en el equilibrio de mercado socialmente óptimo (punto 2) en el cual el flujo ( $Q_s$ ) es inferior. La diferencia entre la curva de costos medios y la curva de costos marginales es la externalidad generada por el flujo vehicular que afecta el sistema negativamente, por lo cual es fundamental minimizar el área 234 y las diferencias entre los costos marginales y privados.



**Ilustración 1 Excedentes del consumidor, equilibrio social y privado**

**Fuente:** Elaboración propia

### 3.3.2 Modelos de elección discreta

Los modelos de elección discreta se basan en la teoría de la utilidad aleatoria. Este tipo de modelos considera que los agentes económicos toman sus decisiones basados en criterios racionales, en otras palabras, las elecciones deben maximizar la utilidad neta personal (McFadden, 2001). Estos modelos asumen que los agentes económicos poseen información perfecta sobre el mercado, en consecuencia, los agentes son capaces de escoger la alternativa que maximice su utilidad (Ortúzar & Willumsen, 2011).

En general, los modelos de elección discreta consideran que la probabilidad de que un individuo escoja una determinada alternativa es una función de sus características socioeconómicas y cuán atractiva es dicha alternativa (Ortúzar & Willumsen, 2011). Ahora bien, lo atractiva que se pueda considerar una alternativa depende de la utilidad que se deriva de sus características (Lancaster, 1966).

Cada agente económico, en el proceso de toma de elección, tiene que enfrentar un conjunto de alternativas que a su vez tienen una serie de atributos medibles y comparables entre sí. Cada alternativa ( $A_j$ ) tiene una utilidad ( $U_{jq}$ ) asociada a su elección para el agente económico ( $q$ ), dependiendo de las características de dicho individuo. Esta función de utilidad puede expresarse en la siguiente ecuación:

$$U_{jq} = V_{jq} + \varepsilon_{jq} \quad (3.2)$$

En donde  $V_{jq}$  es una componente sistemática de la utilidad de la alternativa  $j$  para el individuo  $q$ , frecuentemente expresada como una combinación lineal entre un conjunto de variables explicativas ( $\mathbf{X}_{jq}$ ) y unos parámetros de utilidad asociados ( $\emptyset$ ) a cada variable ( $V_{jq} = \mathbf{X}_{jq}\emptyset$ ). Por otra parte, el término  $\varepsilon_{jq}$  es un componente de incertidumbre que captura las preferencias de los individuos y todos los atributos no observados por el modelador (McFadden, 2001). Este componente de error permite explicar las situaciones aparentemente irracionales como, por ejemplo, que dos individuos con idénticas características y alternativas disponibles tomen decisiones distintas o que no tomen la alternativa que aparentemente maximiza su utilidad (Ortúzar & Willumsen, 2011)

Uno de los supuestos principales en los problemas de elección discreta es considerar que todos los individuos comparten un conjunto de alternativas y restricciones. Adicionalmente, es importante hacer claridad que debido a que las preferencias y restricciones de la población son heterogéneas es necesario reconocer que  $\varepsilon_{jq}$  tiene propiedades estocásticas, por lo cual es importante conocer su distribución de probabilidad, media y desviación estándar. Las propiedades del término de error determinaran las características individuales del comportamiento de los tomadores de decisión y la forma funcional para el modelo de elección discreta (Ortúzar & Willumsen, 2011).

Existe una variedad de modelos de elección discreta incluyendo: Modelos logit multinomial (MNL), Logit anidado (NL), probit multinomial (MNP) y logit mixto (ML), que permiten estimar el comportamiento de los agentes económicos que toman decisiones. Debido a la facilidad en la implementación, la información disponible y el comportamiento de los agentes económicos en la presente investigación se considera un modelo logit multinomial (MNL) para describir la toma de decisiones de los individuos.

El MNL es un modelo de elección discreta el cual asume que el término de error  $\varepsilon_{jq}$  es independiente e idénticamente distribuido (IID) Gumbell (También llamada distribución Weibull o valor extremo tipo 1). Este modelo estima la probabilidad de que el individuo  $q$  escoja una alternativa  $j$  siguiendo la siguiente ecuación:

$$P_{iq} = \frac{e^{\beta V_{iq}}}{\sum_{A_j \in A(q)} e^{\beta V_{jq}}} \quad (3.3)$$

Donde:

$P_{iq}$ : Es la probabilidad de que el individuo  $q$  escoja la alternativa  $i$

$A_j$ : Es la alternativa disponible para el individuo  $q$

$V_{jq}$ : Es la utilidad sistemática que obtiene el individuo  $q$  al escoger la alternativa  $j$

$\beta$ : Es un factor de escala relacionado a la desviación estándar.

Este factor de escala puede ser calculado utilizando la siguiente expresión:

$$\beta = \frac{\pi}{\sigma\sqrt{6}} \quad (3.4)$$

No obstante,  $\beta$  es frecuentemente normalizado y se define que  $\beta = 1$ , debido a que los modelos de elección discreta tienen problemas de identificación y no es posible estimar los parámetros de utilidad asociados ( $\emptyset$ ) a cada variable explicativa de manera conjunta con  $\beta$ . Los problemas de identificación en los modelos de elección discreta han sido frecuentemente estudiados y se ha concluido que estos modelos requieren fijar unos parámetros (como referencia) para estimar un modelo, no obstante esto no influye en la generalidad de los resultados derivados de los modelos (Walker, 2002).

Estas ecuaciones son herramientas fundamentales en el desarrollo de la presente investigación debido a que permiten estimar los cambios en la elección del periodo en el que los individuos realizan sus viajes cuando se implementa un esquema de tarificación en la red vial.

## 4 MODELO DE TARIFA ÓPTIMA

En la presente sección se presenta el modelo de tarifa óptima propuesto junto con sus restricciones y pautas principales para su implementación. Así mismo, se definen las funciones de costos sociales, costos de inversión, utilidades y se describe de manera general el funcionamiento del algoritmo de solución.

### 4.1 Generalidades, parámetros y variables

El modelo propuesto busca maximizar el bienestar social (SW) teniendo como variable de decisión la tarifa ( $\tau_{im}$ ) en un periodo de tiempo  $i$  para el vehículo tipo  $m$  y los flujos vehiculares por periodo por tipo de vehículo  $m$ . El modelo calcula tarifas para un día típico por lo que existen periodos de viaje distintos. Las variables consideradas para la construcción del modelo se presentan a continuación:

#### 4.1.1 Medidas de bienestar

Las medidas de bienestar del consumidor (usuario) y productor (concesionario o estado) serán representadas de la siguiente forma:

- $SW$ : Bienestar social total expresado en unidades monetarias.
- $CS$ : Excedente del consumidor (usuarios) expresado en unidades monetarias.
- $TR$ : Ingresos recolectados por tarifa expresado en unidades monetarias.

#### 4.1.2 Variables de decisión

Las variables de decisión del modelo básicamente son la tarifa de peaje que cada vehículo debe pagar y los flujos vehiculares, considerando que estos se redistribuyen cuando hay fluctuaciones en los costos asociados a la realización de un viaje. En resumen:

- $\tau_{im}$ : Tarifa de peaje que debe pagar un usuario que se desplaza en el periodo de tiempo  $i$  en el tipo de vehículo  $m$ , expresado en unidades monetarias por vehículo.
- $Q_{im}(\tau_{im})$ : Volumen total de vehículos tipo  $m$  que circula en el periodo  $i$ .
- $Q_i$ : Volumen vehicular total que circula en el periodo  $i$  expresado en vehículos equivalentes.



### 4.1.3 Definición de variables

Los conjuntos, variables auxiliares, costos relevantes y demás parámetros del modelo serán los siguientes:

#### *Conjuntos*

- $M$ : Conjunto de tipos de vehículos que circulan en un par OD.
- $I$ : periodos de tiempo.
- $Z$ : Conjunto de partículas y/o contaminantes emitidos por los vehículos.

#### *Parámetros*

- $Q_m$ : Volumen de vehículos tipo  $m$ .
- $\emptyset_i$ : Constante específica del periodo  $i$ .
- $\emptyset_{tm}$ : Utilidad marginal del tiempo del individuo que viaja en un vehículo tipo  $m$ .
- $\emptyset_{cm}$ : Utilidad marginal del costo del individuo que viaja en un vehículo tipo  $m$ .
- $VST_m$ : Valor subjetivo del tiempo del individuo que viaja en un vehículo tipo  $m$ .
- $\gamma_1$ : Proporción mínima de la externalidad generada que debe pagar un usuario. Cota inferior del rango de la tarifa  $\tau_{im}$ . Donde  $\gamma_1 \geq 0$ .
- $\gamma_2$ : Proporción máximo de la externalidad generada que debe pagar un usuario. Cota superior del rango de la tarifa  $\tau_{im}$ . Donde  $\gamma_1 \leq \gamma_2$ .
- $t_o$ : Tiempo de viaje a flujo libre expresado en minutos.
- $\alpha$  y  $\beta$ : Parámetros de la función BPR.
- $K$ : Capacidad de la vía expresada en vehículos equivalentes por hora
- $L$ : Longitud total que recorre un vehículo en un par OD, expresado en km.
- $PCE_m$ : Equivalencia vehicular del vehículo tipo  $m$ .
- $LEF_m$ : Factor de equivalencia de carga por eje del vehículo tipo  $m$ , expresado en ESALs.
- $\frac{K_a}{DE}$ : Valoración del daño al pavimento, expresada en unidades monetarias por ESAL-km.
- $g_z$ : Costo de la emisión de la partícula tipo  $z$ , expresado en unidades monetarias por gramo.
- $F_{cons_m}$ : Consumo de combustible de un vehículo tipo  $m$ , expresado en galones por km.
- $GUC_m$ : Costo unitario del galón de combustible expresado en unidades monetarias por galón, para el vehículo tipo  $m$ .
- $\rho$ : Tasa de interés.
- $\omega$ : Número total de periodos de amortización.
- $K_a$ : Capital inicial invertido en infraestructura expresado en unidades monetarias.
- $C_{im}^{op}$ : Costo operacional percibido por el usuario que se desplaza en un vehículo tipo  $m$  en el periodo de tiempo  $i$ , expresado en unidades monetarias. Este costo puede calcularse, utilizando el costo del galón de combustible ( $GUC_m$ ), la longitud del tramo ( $L$ ) y el consumo de combustible ( $F_{cons_m}$ ), de la siguiente forma:

$$C_{im}^{op} = GUC_m L F_{cons_m}$$

Los costos de operación vehicular afectan directamente la función de utilidad del usuario, por ende, su decisión de viaje. Si bien es cierto que un usuario incurre en diversos costos operacionales cuando utiliza su vehículo, como por ejemplo: aceite, depreciación, desgaste de llantas, lubricantes de frenos, entre otros, estos tienden a ser gastos considerados como fijos por el dueño del vehículo por lo que dentro de su costo operacional percibido predomina el costo derivado del consumo de combustible del vehículo, el cual depende del tipo de vehículo, la distancia recorrida y el tiempo de viaje (debido a que el vehículo se encuentra encendido), en consecuencia, el costo operacional considerado en el presente estudio únicamente será aquel derivado del consumo de combustible para recorrer la vía.

Los costos operacionales se encuentran expresados en unidades monetarias, al igual que el costo unitario del galón de combustible, el cual puede ser gasolina (autos y buses) o Diésel (camiones). Es importante mencionar que si bien existe una creciente tendencia en la utilización de vehículos híbridos y eléctricos (Galvan, Cantillo, & Arellana, 2016) el porcentaje del parque automotor que utiliza esta tecnología es bajo, especialmente en países en vía de desarrollo, por lo que se considerará que los vehículos livianos utilizan gasolina mientras que los de mayor denominación Diésel.

- $A$ : Anualidad total a pagar para amortizar la inversión de capital y los costos de mantenimiento de la infraestructura, expresada en unidades monetarias. Esta anualidad puede calcularse, utilizando el capital invertido ( $K_a$ ), la tasa de interés ( $\rho$ ) y el número de periodos de amortización ( $\omega$ ), de la siguiente forma:

$$A = \frac{K_a \rho (1+\rho)^\omega}{(1+\rho)^\omega - 1}$$

Es importante mencionar que la inversión de capital no necesariamente debe ser amortizada con pagos anuales, por lo que este valor dependerá del periodo de amortización escogido (trimestral, semestral, anual, etc.).

- $\delta$ : Política de financiamiento. Donde  $\delta \geq -1$ .

Debido a que uno de los principales objetos de estudio es calcular las tarifas de peaje bajo diferentes políticas de financiamiento es fundamental determinar el monto a financiar y la política a implementar. Así mismo, la política de financiamiento establecerá la dependencia del sistema de la demanda vehicular.

Esta política de financiamiento depende de las condiciones socioeconómicas y políticas que rodeen el proyecto vial, es decir, bajo buenas condiciones fiscales un gobierno puede

tomar la decisión de proveer la infraestructura totalmente mediante inversión pública ( $\delta = -1$ ).

Sin embargo, es posible que por las condiciones económicas no sea posible proveer la totalidad de los recursos por lo que la única opción que existe para construir la vía es utilizar recursos recolectados por tarifas de peaje ( $\delta = 0$ ).

### ***Variables auxiliares***

- $V_{im}$ : Utilidad de un usuario que viaja en el periodo de tiempo  $i$  en el tipo de vehículo  $m$ .
- $P_{im}(\tau_{im})$ : Probabilidad de que un usuario en el vehículo tipo  $m$  se desplace en el periodo  $i$ , basado en un MNL.
- $C_{im}^{pav}(Q_{im})$ : Costo derivado del daño en el pavimento por la circulación de vehículos tipo  $m$  en el periodo  $i$ , bajo condiciones de flujo  $Q_{im}$ , expresado en unidades monetarias.
- $C_{im}^{env}(Q_{im})$ : Costo ambiental derivado de la emisión de partículas por la circulación de vehículos tipo  $m$  en el periodo  $i$ , bajo condiciones de flujo  $Q_{im}$ .
- $OE_{im}(Q_{im})$ : Otras externalidades diferentes a la congestión vehicular causada por un vehículo tipo  $m$  en el periodo  $i$ , expresado en unidades monetarias.
- $AvC_{im}$ : Costo privado (medio) percibido por un usuario que viaja en un período  $i$  en un vehículo tipo  $m$ , expresado en unidades monetarias.
- $MgC_{im}$ : Costo social (marginal) generado por un usuario que viaja en un período  $i$  en un vehículo tipo  $m$ , expresado en unidades monetarias. La diferencia  $MgC_{im} - AvC_{im}$  corresponde a la externalidad causada por un vehículo tipo  $m$  en el periodo  $i$ .
- $E_{im}$ : Externalidad por daño al pavimento y daño ambiental que causa el vehículo tipo  $m$  en el periodo  $i$ , expresado en unidades monetarias por vehículo.
- $t_i(Q_i)$ : Tiempo de viaje para circular en un par OD en el periodo  $i$ , expresado en minutos, siguiendo una función BPR.
- $V_i$ : Velocidad promedio de circulación en el periodo  $i$ , expresado en km/h. La cual puede ser estimada dividiendo la longitud del tramo entre el tiempo de viaje.
- $F_{envzm}$ : Función de emisión de un vehículo tipo  $m$  del contaminante tipo  $z$ , expresado en g/km.

## **4.2 Presentación del modelo**

Debido a las diversas implicaciones económicas que tiene implementar un sistema de tarifas de peaje en el bienestar social de los usuarios que utilizan una determinada vía, se ha construido un modelo matemático que permite estimar tarifas óptimas que maximizan el bienestar social total considerando costos sociales y políticas de financiamiento de infraestructura. El modelo se fundamenta en principios de la economía del bienestar (mencionados en la sección 2). No obstante, teniendo en cuenta que este es un problema de elección discreta, se introdujeron estimaciones de utilidad y elecciones de viaje de acuerdo a un modelo logit multinomial. Para maximizar el

bienestar social se plantea una función que depende de las tarifas de peaje sujeta a una serie de restricciones, tres de ellas asociadas a la distribución de los flujos vehiculares, una restricción de financiamiento y una restricción de no negatividad. Adicionalmente, la tarifa debe ser mayor o igual que un cierto nivel de la externalidad que ese vehículo tipo  $m$  genera. A continuación, puede visualizarse el modelo matemático propuesto, cuya descripción paramétrica fue presentada en la sección anterior y también puede encontrarse en los anexos de la presente investigación:

### *Función Objetivo*

$$Max SW = \sum_{m=1}^M Q_m \frac{1}{|\phi_{cm}|} \ln \sum_{i=1}^I e^{V_{im}} + \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M \tau_{im} Q_{im}(\tau_{im}) - \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M OE_{im}(Q_i) \quad (4.1)$$

S.A.

$$P_{im}(\tau_{im}) = \frac{e^{V_{im}}}{\sum_{i=1}^I e^{V_{im}}} \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.2)$$

$$Q_{im}(\tau_{im}) = Q_m P_{im}(\tau_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.3)$$

$$Q_i = \sum_{m=1}^M Q_{im}(\tau_{im}) PCE_m \quad \forall i \in I \quad (4.4)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M \tau_{im} Q_{im}(\tau_{im}) \geq A (1 + \delta) \quad (4.5)$$

$$Q_{im}(\tau_{im}) \geq 0 \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.6)$$

$$\gamma_1 (MgC_{im} - AvC_{im}) \leq \tau_{im} \leq \gamma_2 (MgC_{im} - AvC_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.7)$$

$$OE_{im}(Q_{im}) = C_{im}^{pav}(Q_{im}) + C_{im}^{env}(Q_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.8)$$

$$C_{im}^{pav}(Q_{im}) = LEF_m \frac{K_a}{DE} Q_{im}(\tau_{im}) L \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.9)$$

$$C_{im}^{env}(Q_{im}) = L Q_{im}(\tau_{im}) \sum_{z=1}^Z F_{env_{zm}}(Q_i) g_z \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.10)$$

$$V_{im}(Q_i, \tau_{im}) = \phi_i + \phi_{tm} t_i(Q_i) + \phi_{cm} (C_{im}^{op} + \tau_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.11)$$

$$t_i(Q_i) = t_o (1 + \alpha \left( \frac{Q_i}{K} \right)^\beta) \quad \forall i \in I \quad (4.12)$$

$$AvC_{im} = GUC_m L F_{cons_m} + VST_m \left( t_o \left( 1 + \alpha \left( \frac{Q_i}{K} \right)^\beta \right) \right) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.13)$$

$$MgC_{im} = AvC_{im} + Q_{im} \frac{\partial AvC_{im}}{\partial Q_{im}} + E_{im} \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.14)$$

$$MgC_{im} = AvC_{im} + VST_m \left( t_o \alpha \beta \left( \frac{Q_i}{K} \right)^{\beta-1} \right) \left( \frac{Q_{im} PCE_m}{K} \right) + L \sum_{z=1}^Z F_{env_{zm}}(Q_i) g_z + LEF_m \frac{K_a}{DE} L \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.15)$$

La ecuación (4.1) es la función objetivo la cual permite calcular el bienestar social total del sistema expresado en unidades monetarias. Esta función está compuesta por tres componentes esenciales: el bienestar del consumidor (CS), la recolección por tarifa (TR) (o bienestar del estado o

concesionario) y las externalidades derivadas del uso de la infraestructura (OE). La variable de decisión de la función objetivo es la tarifa de peaje a pagar en cada periodo  $i$  para cada tipo de vehículo  $m$  que use la infraestructura, lo cual se resumiría en una matriz de tarifas de peaje de dimensiones  $I \times M$ . Cabe destacar que un periodo  $i$  puede ser una hora específica o bien un tipo de periodo definido por otro criterio como la magnitud del flujo, por ejemplo.

Ahora bien, la función objetivo se encuentra limitada por una serie de restricciones que permiten capturar los efectos de las tarifas en la distribución de la demanda y la financiación de la infraestructura. La primera restricción (ecuación 4.2) establece que la probabilidad de que un vehículo tipo  $m$  realice su viaje en un determinado periodo  $i$ , debe estimarse basándose en las utilidades relativas de las alternativas siguiendo un modelo logit multinomial (MNL). La segunda restricción (ecuación 4.3) establece que la demanda vehicular que circula en un día típico debe distribuirse de acuerdo a las probabilidades asociadas a la utilidad asociada al periodo  $i$ . Adicionalmente, la ecuación 4.4 indica que en cada periodo el flujo vehicular expresado en vehículos equivalentes debe ser igual a la suma producto del número de vehículos que circulan en el periodo y su respectiva equivalencia vehicular ( $PCE_m$ ) (Transportation Research Board, 2010). Estas tres ecuaciones son fundamentales, debido a que los usuarios cambian sus comportamientos de viaje con el fin de maximizar sus utilidades personales, por lo cual hay un proceso de estabilización del flujo vehicular previo a la estimación del bienestar.

Por otra parte, la cuarta restricción (ecuación 4.5) es de gran importancia en el modelo debido a que introduce las políticas de financiamiento al proceso de maximización del bienestar social. La restricción indica que la recolección neta por tarifa debe ser mayor o igual a la anualidad a financiar para construir y mantener la infraestructura en perfectas condiciones. Además, la ecuación 4.6 obliga que los flujos que circulan en un periodo sean positivos. Adicionalmente, la ecuación 4.7 establece que la tarifa debe ser por lo menos  $\gamma_1$  veces la externalidad que el vehículo tipo  $m$  genera en el periodo  $i$  y máximo  $\gamma_2$  veces; bajo esta perspectiva es posible obtener distintas soluciones incluso cuando  $\gamma_1 = \gamma_2$ , la tarifa es equivalente a la solución *first best*, encontrada en la literatura (Holguín-Veras & Cetin, 2009).

La ecuación 4.8 establece que las externalidades consideradas en el sistema son básicamente el costo social por daño al pavimento y por daño al medio ambiente. El daño al pavimento será una función lineal que depende del factor de equivalencia de carga por eje ( $ESAL^4$ ) y la valoración del daño al pavimento por  $ESAL$ -km (ecuación 4.9). Mientras que el costo ambiental depende de las emisiones por tipo de vehículo y la valoración económica de estas emisiones, junto con el tiempo de viaje del vehículo en el arco (ecuación 4.10). Por otra parte, la ecuación (4.11) presenta la definición de la función de utilidad, que depende de las preferencias de viaje, el tiempo de viaje y los costos en los que incurre el usuario incluyendo la tarifa de peaje y los costos operativos. La ecuación (4.12) presenta la forma funcional que describe el tiempo de viaje en un determinado

---

<sup>4</sup> ESAL: Factor de equivalencia de carga por eje sencillo de 80 kN

periodo  $i$ , mientras que las ecuaciones (4.13), (4.14) y (4.15) introducen la definición de costo medio de viaje y costo marginal. En las siguientes secciones se presentan detalles de cada una de estas ecuaciones y sus respectivas variables.

### 4.3 Definición y especificación de funciones

En esta sección se detallan los parámetros de cada una de las funciones mencionadas en la sección 4.2 y se mencionan los conceptos teóricos relevantes.

#### 4.3.1 Función objetivo

$$Max SW = \sum_{m=1}^M Q_m \frac{1}{|\emptyset_{cm}|} \ln \sum_{i=1}^I e^{V_{im}} + \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M \tau_{im} Q_{im}(\tau_{im}) - \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M OE_{im}(Q_i) \quad (4.1)$$

La función objetivo expresa la maximización del bienestar social teniendo como variable de decisión la tarifa de peaje a pagar por el usuario. El primer componente de la función objetivo es el bienestar del consumidor el cual es estimado basado en la propuesta de (Williams, 1977). El bienestar del consumidor (o del usuario) será equivalente a la utilidad de un individuo que se transporta en un vehículo tipo  $m$ , estimada por el logaritmo natural de la sumatoria en todos los periodos  $i$  de los exponentes de la función de utilidad sistemática, multiplicado por el número de vehículos tipo  $m$  y dividido sobre la utilidad del dinero. Es importante mencionar que con la finalidad de simplificar las estimaciones se asumió que todo usuario que se transporte en el tipo de vehículo  $m$  tiene idénticas utilidades del tiempo y el costo. Adicionalmente, se asumió un factor de escala del modelo de elección discreta igual a uno.

El segundo componente de esta función es la recolección por tarifa o bienestar del productor. Este componente es la sumatoria en todos los periodos y tipos de vehículo del producto entre las tarifas pagadas y el flujo que circula, expresado en unidades monetarias. Cabe destacar que la recolección de la tarifa es un componente que puede ser cobrado por un operador privado (en el caso de contratos de concesión) o por una entidad gubernamental que este encargado de operar el peaje, lo que implica unos costos operativos asociados a salarios de trabajadores, mantenimiento de la estación de control, equipos de detección electrónica, talanqueras, entre otros, los cuales serán considerados en el presente estudio como parte del costo de mantenimiento. Debe aclararse que el valor del peaje es una transferencia de unos agentes (usuarios) a otro (operador a cargo de la vía). Por una parte, afecta negativamente el bienestar de los usuarios, pero positivamente al operador.

En tercer lugar, las externalidades generan un efecto negativo en el bienestar social por lo que los costos sociales derivados del daño de la infraestructura por su uso y de los daños ambientales por las emisiones de gases. Las externalidades se suman en todos los periodos  $i$  para todo tipo de vehículos  $m$ , y se encuentran expresadas en unidades monetarias.

### 4.3.2 Modelo de elección de tiempo de viaje: Logit Multinomial

La siguiente ecuación es básicamente el modelo de elección discreta (MNL) contemplado, el cual asume que los errores están independiente e idénticamente distribuidos (IID) Gumbell, estimando la probabilidad de que un usuario en un vehículo tipo  $m$  escoja viajar en el periodo  $i$ . Este modelo está basado en la teoría de la utilidad aleatoria teniendo como supuesto principal que los usuarios toman sus decisiones basados en criterios racionales, como se ha mencionado en la sección 2.3.2 con más detalle.

$$P_{im}(\tau_{im}) = \frac{e^{\tau_{im}}}{\sum_{i=1}^I e^{\tau_{im}}} \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.2)$$

La probabilidad de escoger un periodo para viajar dependerá de la tarifa que el usuario tenga que pagar en ese periodo, debido a que mayores tarifas de peaje implicarían menores utilidades por lo que se generan incentivos para cambiar el periodo en el que se realiza un viaje. La anterior función es fundamental en el entendimiento del fenómeno de distribución del flujo y la estimación del bienestar social, debido a que el flujo se redistribuye cada vez que las tarifas cambian.

### 4.3.3 Distribución del flujo vehicular

Esta ecuación establece que la demanda vehicular de cada tipo de vehículo  $m$  se distribuye dependiendo de las probabilidades asociadas a cada periodo que a su vez son dependientes de las tarifas de peaje. Así mismo, la presente investigación no considera reducción de la demanda vehicular debido a que el análisis se establece en el corto plazo, por lo que la demanda vehicular no cambiara en magnitud únicamente en su distribución, por lo cual  $Q_m$  es un dato de entrada que depende de los aforos vehiculares realizados en campo.

$$Q_{im}(\tau_{im}) = Q_m P_{im}(\tau_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.3)$$

### 4.3.4 Flujos en cada periodo en vehículos equivalentes.

Esta expresión indica que en cada periodo los flujos expresados en vehículos equivalentes son iguales al volumen total de vehículos tipo  $m$  que circulan en el periodo  $i$  multiplicado por la equivalencia vehicular del vehículo tipo  $m$ . Estas equivalencias vehiculares permiten transformar el flujo mixto en un solo flujo de vehículos tipo automóvil, además de estimar los impactos sobre la congestión vehicular de cada tipo de vehículo.

$$Q_i = \sum_{m=1}^M Q_{im}(\tau_{im}) PCE_m \quad \forall i \in I \quad (4.4)$$

A pesar de que ciertos investigadores afirmen que los factores de equivalencia vehicular (PCE) puedan sufrir fluctuaciones por la heterogeneidad del flujo vehicular (por lo que dependen de las características locales de las vías) (Adnan, 2014), en el marco de la presente investigación se asumirá que los PCE disponibles en la literatura internacional son apropiados para la estimación de las tarifas. La literatura explorada sugiere valores de 2,0 para camiones C2-C3 (Kudhiaer, 2016) 2,5 para C4-C5 y 3,0 para camiones comerciales grandes (INVIAS, 2008) (Transportation Research Board, 2010).

#### 4.3.5 Restricción de financiamiento de infraestructura

La siguiente expresión representa la restricción de financiamiento del modelo, estableciendo que la recolección por tarifa (o bienestar del productor) debe ser mayor o igual a la anualidad a pagar por los costos de inversión y mantenimiento en infraestructura que puede aumentar o disminuir dependiendo de la política de financiamiento del estado en el proyecto o vía en estudio.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M \tau_{im} Q_{im}(\tau_{im}) \geq A(1 + \delta) \quad (4.5)$$

Esta formulación permite que el sistema sea flexible, ya que puede ser totalmente financiado por el gobierno ( $\delta = -1$ ), parcialmente financiado por el proyecto ( $-1 < \delta < 0$ ), auto sostenible ( $\delta = 0$ ) o incluso genere excedentes para invertir en otros proyectos ( $\delta > 0$ ).

Adicionalmente, se debe indicar que A es una constante definida por la tasa de interés, el costo de inversión, costos de mantenimiento y el periodo de amortización de la inversión, como se detalló en la sección 4.1.

#### 4.3.6 Rango óptimo de tarifas

El rango óptimo de las tarifas esta descrito por la ecuación 4.7 la cual establece que la tarifa debe ser por lo menos  $\gamma_1$  veces la externalidad que el vehiculo tipo m genera en el periodo i y máximo  $\gamma_2$  veces; bajo esta perspectiva es posible obtener distintas soluciones incluso cuando  $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ , en la cual la tarifa es equivalente a la solución *first best*, comúnmente portada en la literatura y que corresponde al valor de la externalidad (Holguín-Veras & Cetin, 2009).

$$\gamma_1(MgC_{im} - AvC_{im}) \leq \tau_{im} \leq \gamma_2(MgC_{im} - AvC_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.7)$$

En esta ecuación el parámetro  $\gamma_1$  es el más relevante debido a que determinará en gran medida las transferencias de beneficios que existan entre usuarios y así mismo, en qué medida la tarifa dependerá de la externalidad que un vehículo genere.



### 4.3.7 Externalidades

En la presente investigación se considerarán tres externalidades generadas por los vehículos: el daño o deterioro de la infraestructura vial, los daños ambientales generados por la emisión de químicos a la atmosfera y la congestión vehicular. No obstante, debido a que el tiempo de viaje que considera cada usuario seguirá una función BPR los efectos de la congestión vehicular serán capturados en la función de utilidad directamente, afectando su comportamiento y distribución de viajes, por lo que la siguiente ecuación se simplifica y únicamente considera daños al pavimento y daños ambientales.

$$OE_{im}(Q_{im}) = C_{im}^{pav}(Q_{im}) + C_{im}^{env}(Q_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.8)$$

Cabe indicar que ciertos factores que pueden representar una externalidad no fueron considerados por disponibilidad de información o la poca aplicabilidad en sectores rurales, como lo son las externalidades por ruido, urbanismo o accidentalidad. En las siguientes dos secciones se detallan las funciones propuestas para estimar las externalidades.

#### 4.3.7.1 Externalidad por daño al pavimento

Los costos sociales asociados al daño de la capa de rodadura se encuentran directamente ligados a las características del flujo, del diseño inicial y las condiciones locales de la vía como el clima o la velocidad del flujo. Es relevante tener en cuenta que la vida útil del pavimento disminuye por la abrasión de los neumáticos con la superficie, las cargas del tránsito que pueden generar fallas por fatiga o ahuellamiento, o incluso por fisuras, lo que implica aumentos en los tiempos de viaje, aumentos en la probabilidad de ocurrencia de accidentes en la vía y aumentos en los costos operacionales, por tanto esta externalidad está implícita en el funcionamiento de la vía y debe minimizarse (o internalizarse en las estructuras de costos de los usuarios) con la finalidad de mantener óptimas condiciones operacionales de la vía.

$$C_{im}^{pav}(Q_{im}) = LEF_m \frac{K_a}{DE} Q_{im}(\tau_{im}) L \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.9)$$

Debido a que el objetivo de esta investigación no contempla desarrollar una ecuación que permita estimar los efectos del flujo vehicular sobre la vida útil del pavimento, se asumirá que el daño al pavimento que un vehículo causa es proporcional a su factor equivalente de carga (llamado factor camión en la literatura) (Macea, Fuentes, & Alvarez, 2013) cuyo costo unitario es la valoración del daño al pavimento por ESAL-km, encontrada en la literatura por distintos autores y entidades (Ahmed, Bai, & Labi, Pavement damage cost estimation: a synthesis of past research, 2013) (Ahmed, Bai, Lavrenz, & Labi, 2015) (Li & Sinha, 2000) (United State Department of Transportation, 1995).

Esta formulación ha sido implementada en otros estudios exitosamente (Holguín-Veras & Cetin, 2009), no obstante, en la presente investigación se tendrá en cuenta que los factores de equivalencia de carga por eje deben ser representativos para la región de estudio, debido a que en vías rurales es común encontrar vehículos sobrecargados, especialmente en países en vías de desarrollo causando fallas por fatiga o ahuellamiento por la concentración de esfuerzos (El Sharkawy, Salem, Wahdan, & Mohammed, 2010).

#### 4.3.7.2 *Externalidad por daños ambientales*

Los daños ambientales derivados de la emisión de Monóxido de carbono (CO), Dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), óxidos de nitrógeno (NO) y material particulado (MP) son costos sociales que son rara vez incluidos en las estructuras de costos de los usuarios (De Rus, Campos, & Nombela, 2003). A pesar de los evidentes impactos negativos de la contaminación en la salud pública y fenómenos como el calentamiento global, la estimación del impacto ambiental exacto por la circulación de vehículos no es tan sencilla, debido a la pluralidad de condiciones que afectan las velocidades de operación, el uso del automóvil y los flujos en general.

Diversos estudios han explorado las relaciones entre el flujo vehicular y las emisiones de distintos contaminantes mediante simulación microscópica y mesoscópica, encontrando que las operaciones de aceleración y deceleración de los vehículos afectan las emisiones considerablemente (Sider, Alam, Farrell, Hatzopoulou, & Eluru, 2014), por lo que considerar tasas de emisión constantes omite estos efectos. Otros hallazgos muestran que estos patrones de conducción se ven influenciados por las características del flujo vehicular (Hoglund & Niittymaki, 1999), por lo que es importante considerar la variabilidad que los costos ambientales pueden tener con la redistribución de flujos vehiculares. A pesar de la dificultad para estimar la relación velocidad-emisiones o flujo-emisiones, algunos autores han desarrollado metodologías que relacionan el consumo de combustible con tasas de emisión de Óxidos de Nitrógeno (NO) (Duarte, Goncalves, & Farias, 2014) y modelos que relacionan el estado del pavimento con las emisiones y la velocidad vehicular (Setyawan & Kusdiantoro, 2015), brindando la posibilidad de incluir las interacciones emisiones-flujos en el modelo.

Teniendo en cuenta que estimar funciones que permitan describir la relación emisión-velocidad se encuentran fuera del alcance del presente estudio, se ajustaran ecuaciones disponibles en la literatura específicamente en (Setyawan & Kusdiantoro, 2015) para capturar el impacto ambiental de la circulación de vehículos. Los costos sociales por daño ambiental se pueden estimar de la siguiente forma:

$$C_{im}^{env}(Q_{im}) = L Q_{im}(\tau_{im}) \sum_{z=1}^Z F_{env_{zm}}(Q_i) g_z \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.10)$$

Los contaminantes considerados en el modelo son CO, NO, MP y CO<sub>2</sub>. Las funciones de emisión ajustadas presentan una relación entre velocidad ( $V_i$ ) en km/h y la emisión de los contaminantes en g/km, y pueden visualizarse en la siguiente tabla:

**Tabla 1 Funciones de emisión**

Emisión (g/km)	Tipo de vehículo		
	Auto	C2-C3	C4-C5, C6
CO	$\frac{1}{27.276} (1,33648 V_i^2 - 125,388 V_i + 23.742,17)$	$\frac{1}{6.516} (0,488701 V_i^2 - 59,177 V_i + 22.595,03)$	$\frac{1}{2.460} (0,53284 V_i^2 - 66,1703 V_i + 22.857,91)$
CO <sub>2</sub>	$0,002761 V_i^2 - 0,27146 V_i + 79,79413$	$0,004227 V_i^2 - 0,54345 V_i + 323,5593$	$0,01221 V_i^2 - 1,60338 V_i + 863,4192$
NO	$\frac{1}{27.276} (0,017027 V_i^2 - 1,80803 V_i + 524,4147)$	$\frac{1}{6.516} (0,006226 V_i^2 - 0,88165 V_i + 507,6289)$	$\frac{1}{2.460} (0,006788 V_i^2 - 0,97638 V_i + 511,5259)$
PM	$\frac{1}{27.276} (0,005832 V_i^2 - 0,61329 V_i + 184,2503)$	$\frac{1}{6.516} (0,002132 V_i^2 - 0,29836 V_i + 178,5625)$	$\frac{1}{2.460} (0,002325 V_i^2 - 0,33064 V_i + 179,8817)$

**Fuente:** Elaboración Propia con base en la literatura. Velocidad ( $V_i$ ) en km/h.

Es importante tener en cuenta que los cambios en las tarifas generan fluctuaciones en las utilidades de las alternativas, luego puede ocurrir una redistribución de los flujos vehiculares, lo que conlleva a cambios en los tiempos de viaje, especialmente en presencia de congestión vehicular, lo cual implica variaciones en las velocidades de conducción y así mismo en las emisiones de contaminantes. En consecuencia, la determinación de tarifas afectará indudablemente las emisiones. Es relevante indicar que la velocidad ( $V_i$ ) presentada en las anteriores ecuaciones será calculada utilizando el tiempo de viaje en el periodo  $i$  ( $t_i(Q_i)$ ) dividido entre la longitud del tramo (L) en km.

#### 4.3.8 Función de utilidad de los individuos

La función de utilidad de un usuario que viaja en el periodo de tiempo  $i$  en el vehículo tipo  $m$  se encuentra definida por las preferencias de viaje, el tiempo de viaje y los costos asociados a la realización del viaje como los costos operativos y las tarifas en las que deba incurrir. La utilidad por viajar en un determinado periodo  $i$  (o la preferencia por viajar en ese periodo) se encuentra determinada por la constante específica  $\emptyset_i$ , la cual puede ser calculada de acuerdo con las proporciones de mercado de cada periodo estimadas en aforos vehiculares, de acuerdo con el

proceso detallado en el apéndice 2. Por otra parte, las utilidades del tiempo y el costo deben ser estimadas utilizando información de campo, por ejemplo, preferencias declaradas, como se detalla en la sección 4.1. La utilidad de un usuario será:

$$V_{im}(Q_i, \tau_{im}) = \phi_i + \phi_{tm} t_i(Q_i) + \phi_{cm} (C_{im}^{op} + \tau_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.11)$$

Es crucial tener en cuenta que, si bien el tiempo de viaje depende del flujo vehicular, al igual que el costo operacional percibido por el usuario, este flujo se encuentra en función de la tarifa de peaje debido a las fluctuaciones que se presenten por los cambios en los patrones de viaje de los usuarios. Estas ecuaciones fueron calibradas en las secciones 4.1 y 4.2 para la optimización del modelo propuesto. Cabe resaltar que dentro del valor del tiempo de un vehículo ya considera su ocupación.

#### 4.3.9 Tiempo de viaje (BPR)

En el presente estudio se utilizará la formulación BPR (Bureau of Public Roads) para capturar los efectos de la congestión vehicular en los tiempos de viaje, lo que afecta la estructura de costos del usuario dependiendo del flujo en cada periodo. La formulación BPR es una de las funciones más utilizadas para describir la relación entre volumen vehicular y demora, y requiere calibrar parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , los cuales dependen de las características del arco estudiado. Estos parámetros dependen directamente de las condiciones y tipo de la capa de rodadura y la topografía de la zona.

$$t_i(Q_i) = t_o \left( 1 + \alpha \left( \frac{Q_i}{K} \right)^\beta \right) \quad \forall i \in I \quad (4.12)$$

La capacidad de la vía puede ser estimada según los procedimientos estándar sugeridos por (Transportation Research Board, 2010) o (UPTC, 2007), mientras que los parámetros de calibración dependen de las condiciones locales de la vía a construir o que se le realizará mantenimiento. Los parámetros utilizados para el experimento numérico del presente estudio se encuentran detallados en la sección 4.3.

#### 4.3.10 Funciones de costo marginal y medio

Todo usuario tiene una curva de costos medios (ecuación 4.13) y costos marginales (ecuaciones 4.14 y 4.15) asociados a su decisión de viaje. El costo medio comprende los costos percibidos por el usuario, básicamente los costos asociados al tiempo y combustible, mientras que el costo marginal incluye los efectos de agregar una unidad de flujo al sistema. Las siguientes ecuaciones describen esta relación:

$$AvC_{im} = GUC_m L F_{cons_m} + VST_m \left( t_o \left( 1 + \alpha \left( \frac{Q_i}{K} \right)^\beta \right) \right) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.13)$$

$$MgC_{im} = AvC_{im} + Q_{im} \frac{\partial AvC_{im}}{\partial Q_{im}} + E_{im} \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.14)$$

$$MgC_{im} = AvC_{im} + VST_m \left( t_o \propto \beta \left( \frac{Q_i}{K} \right)^{\beta-1} \right) \left( \frac{Q_{im} PCE_m}{K} \right) + L \sum_{z=1}^Z F_{env_{zm}}(Q_i) g_z + LEF_m \frac{K_a}{DE} L \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.15)$$

Los costos medios percibidos por el usuario son básicamente el gasto por consumo de combustible y el tiempo de viaje, mientras que el costo marginal incluye los efectos sobre la congestión vehicular. Es de importancia notar que debido a que el consumo de combustible depende únicamente del rendimiento del tipo de vehículo la diferencia entre el costo marginal y el costo medio es básicamente el efecto marginal sobre el tiempo de viaje.

#### 4.4 Supuestos, limitaciones y consideraciones

Ahora bien, el modelo de tarificación ha sido construido con la intención de que este sea lo más general posible y en consecuencia ser aplicable en distintos contextos independiente de las características locales de la zona de implementación. Por ende, es fundamental recalcar los supuestos y consideraciones que se han tenido en cuenta para la construcción del modelo y las funciones propuestas para el cálculo de las tarifas óptimas:

- El parámetro de escala del modelo de elección discreta es igual a 1 ( $\mu=1$ ).
- La demanda total es constante, por lo cual la toma de elecciones de los usuarios se limita básicamente a escoger el periodo en el que estos viajan.
- La función de demanda vehicular puede ser representada por un modelo MNL asumiendo errores distribuidos Gumbell IID.
- La decisión de viajar en un determinado periodo depende de la utilidad asociada a esta alternativa.
- Los vehículos de carga son sensibles a los cambios en las tarifas y en consecuencia estos también pueden modificar sus patrones de viaje. Este supuesto es relevante considerando que hay literatura reciente que muestra que los vehículos de carga encuentran serias dificultades para cambiar sus horarios de entrega por los costos adicionales que implica para los operaciones de entrega (Vilalain & Wolfram, 2001) (Holguín-Veras J. e., 2008), no obstante, considerando que no hay una formulación que permita capturar el efecto de las interacciones emisor-receptor de la carga, se considerará que el modelo logit multinomial capturara el comportamiento de los vehículos de carga de manera adecuada.
- La red carretera rural no es muy densa, en consecuencia, se considera que los efectos de sustitución modal o la sustitución de arcos de viaje (cambio de ruta) son nulos.
- Todo usuario que circula en un vehículo tipo  $m$  es idéntico, es decir, tiene la misma utilidad del tiempo, del costo y preferencias de viaje.

- Los costos de operación percibidos por un usuario son aproximadamente iguales al costo asociado al consumo de combustible. A su vez, tales costos de mercado son sensiblemente iguales a los costos sociales (precio sombra)
- Los costos operativos y de recolección de tarifa (por concepto de salarios, dotaciones, etc.) son despreciables.

Es fundamental tener en cuenta que los supuestos anteriormente mencionados no implican la pérdida de generalidad del modelo, permitiéndole adaptarse a las características locales en cualquier caso de aplicación, en específico a vías de características rural e interurbana.

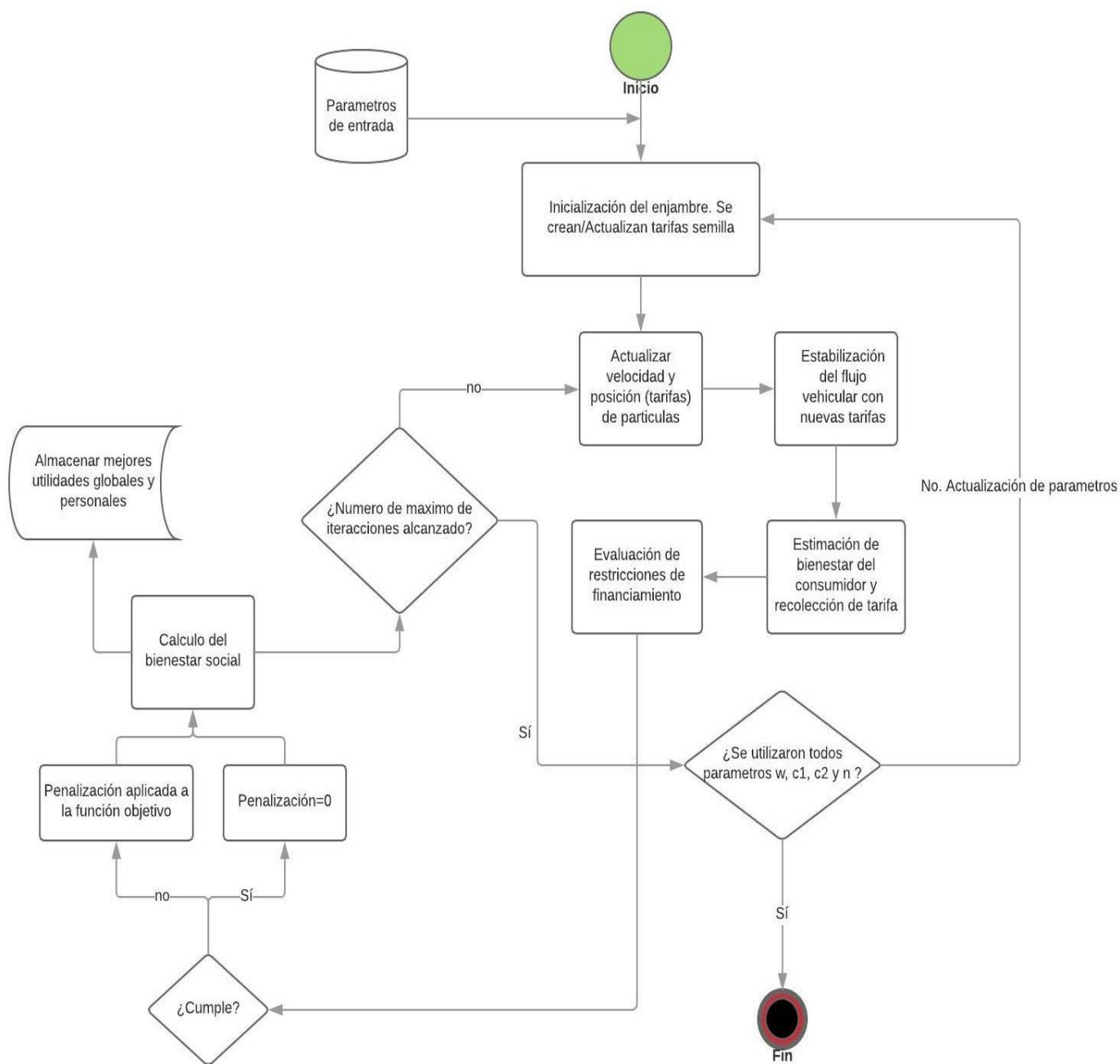
#### 4.5 Metodología de optimización

El modelo de optimización busca encontrar la tarifa óptima de peaje para un individuo que se desplaza entre un origen y un destino en un periodo  $i$  en un tipo de vehículo  $m$ . Las restricciones no lineales como el logit multinomial generan mayor complejidad para estimar el óptimo social, por lo cual se utilizará como método de optimización la meta heurística de enjambre de partículas (PSO por sus siglas en inglés) la cual simula el comportamiento de organismos vivos como las aves y los peces para encontrar la mejor solución posible, basándose en dos principios fundamentales comunicación y aprendizaje, haciéndolo un método bastante simple pero poderoso (Talbi, 2009).

Básicamente un enjambre consiste en  $N$  partículas que flotan en un espacio de solución. Cada partícula  $i$  es una candidata a solución al problema a optimizar y está representada por un vector  $X_i$  en el espacio de decisión, con una posición y velocidad propia (Talbi, 2009). En lo que respecta a esta investigación cada partícula  $i$  es una candidata a solución de la función objetivo, teniendo un vector de posición  $X_i$  el cual representa la matriz de tarifas de peaje en cada periodo  $i$  para cada tipo de vehículo  $m$ , por lo que cada partícula es un sistema de optimización independiente que evalúa tarifas de peaje diferentes y obtiene un bienestar social por partícula, de manera que al interactuar entre partículas hay un proceso de aprendizaje y convergencia hacia un óptimo del enjambre.

Debido a que esta meta heurística depende de unos parámetros comportamentales se incluyeron ciclos iterativos que permiten estimar los parámetros óptimos para el proceso de convergencia, utilizando el software R-Studio y teniendo como referencia los parámetros recomendados en la literatura para problemas no lineales (Talbi, 2009) (Hu & Eberhart, 2002). La meta heurística evalúa la función objetivo con unas tarifas semilla, no obstante, teniendo en cuenta que los cambios en las tarifas de peaje afectan la función de utilidad de los individuos, que viajan en los diferentes periodos, hay una redistribución del flujo vehicular, por lo que inicialmente el algoritmo estabiliza los flujos vehiculares bajo las nuevas tarifas propuestas por el PSO y posteriormente evalúa la

función objetivo junto con sus restricciones. A continuación, se presenta un diagrama que resume el funcionamiento del algoritmo de solución:



**Ilustración 2** Esquema del funcionamiento del algoritmo de solución  
**Fuente:** Elaboración propia

Detalles adicionales sobre el algoritmo de solución (Enjambre de partículas o PSO) fueron incluidos en los anexos del presente documento.

## 5 APLICACIÓN

El modelo presentado en la sección 4 permite estimar tarifas de peaje considerando costos sociales y políticas de financiamiento de infraestructura. Con la finalidad de realizar un experimento numérico y analizar las implicaciones en el bienestar social y en general el funcionamiento del modelo, se calibraron funciones de costo, utilidad y se estimaron tarifas óptimas un caso en el departamento del Atlántico, Colombia.

### 5.1 Introducción al caso de aplicación

En Colombia hay alrededor de 170 peajes, los cuales son administrados por concesiones viales, entidades gubernamentales departamentales y agencias nacionales como el Instituto Nacional de Vías (INVIAS) y la Agencia Nacional de Infraestructura (ANI) (Duque-Escobar, 2018). En este país hay ocho (8) categorías de vehículos diferentes para el cobro de tarifas incluyendo automóviles, buses y busetas, vehículos de carga de tres (3) y cuatro (4) ejes, vehículos de cinco (5) y seis (6) ejes, entre otros. Las tarifas en las distintas zonas del país oscilan entre los \$ 8.800 y los \$66.000 aproximadamente (INVIAS, 2018). A continuación, se pueden visualizar las tarifas de peaje promedio en Colombia y en el departamento del Atlántico:

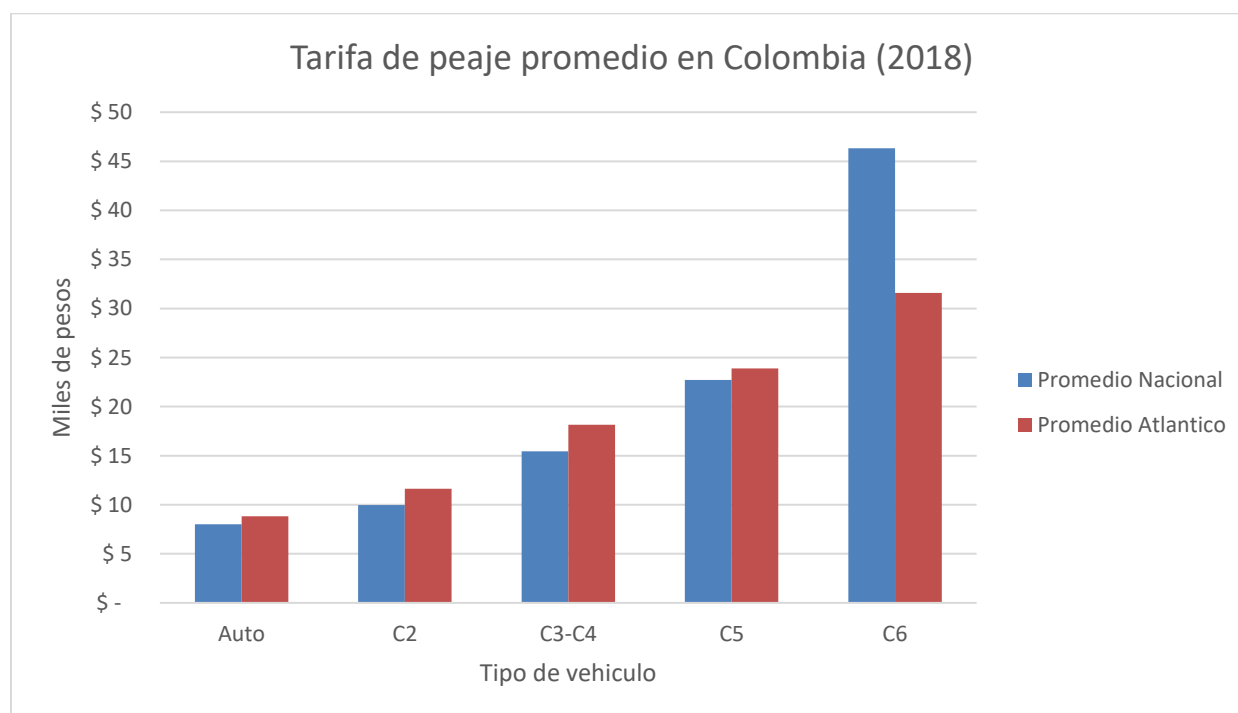


Ilustración 3 Tarifa de peaje promedio en Colombia y en el departamento del Atlántico

**Fuente:** Elaboración propia

En Colombia las tarifas de peaje para automóviles son considerablemente menores a los vehículos de mayores denominaciones como los camiones de 5 y 6 ejes. Si bien no existe claridad sobre la



metodología que utilizan las entidades nacionales como INVIAS o ANI para la fijación de tarifas de peaje, el artículo 21 de la Ley 787 de 2002 establece que el gobierno nacional tiene la facultad para establecer peajes, tarifas y tasas sobre el uso de la infraestructura de transporte, basados principalmente en principios de equidad fiscal, teniendo en cuenta la destinación de los recursos y las características del flujo vehicular. (Gobierno de Colombia, 2002)

Por otra parte, entidades como el INVIAS actualizan periódicamente las tarifas de peaje. Por ejemplo, el pasado 15 de enero de 2018 se reportó un aumento del 4,09% de las tarifas de acuerdo con el artículo quinto de la resolución 0137 de 2018. (MTransporte-Invias, 2018). A continuación, se pueden visualizar las tarifas de peaje máximas en Colombia y en el departamento del Atlántico:

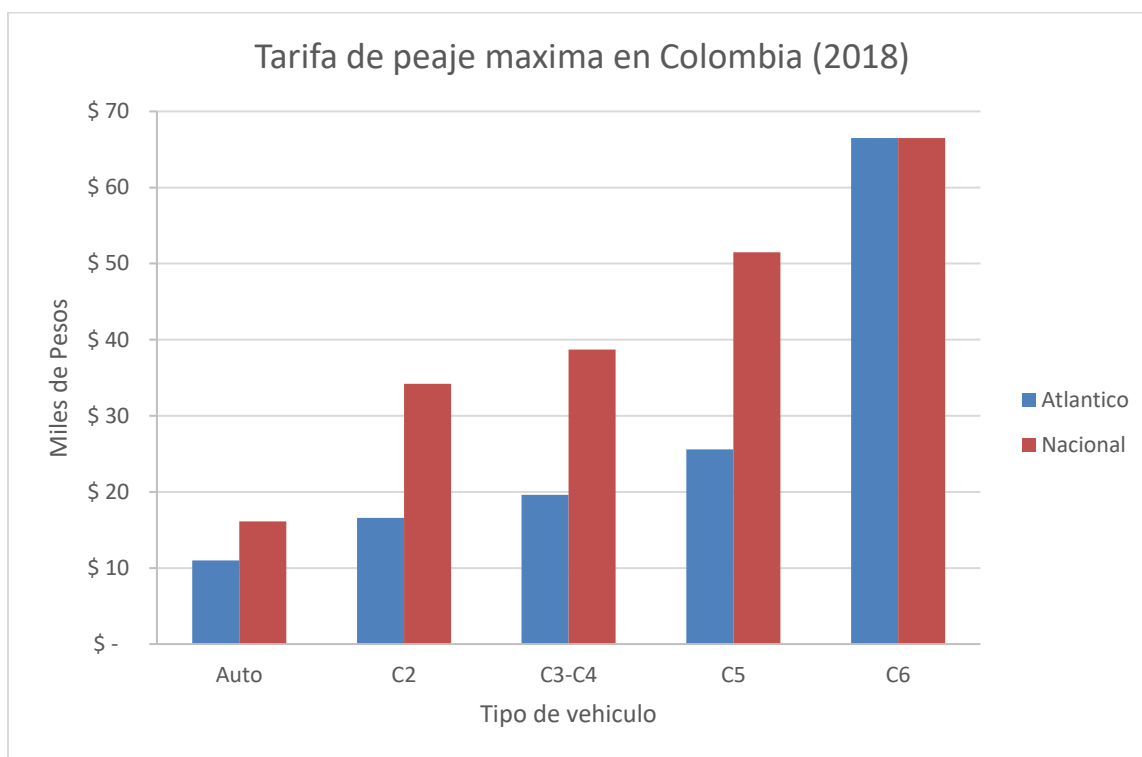


Ilustración 4 Tarifa de peaje máxima en Colombia y en el departamento del Atlántico

**Fuente:** Elaboración propia

Estos valores son útiles como referencia para la estimación de tarifas de peaje óptima. Es necesario tener en cuenta que los consumidores tienen unos patrones de comportamiento actuales, los cuales probablemente y de acuerdo con (Börjesson, Eliasson, & Hamilton, 2016) habrá resistencia a la implementación de los sistemas de tarifa porque la sociedad tiene una inherente aversión al cambio, especialmente cuando estas tarifas aumentan.

## 5.2 Especificación y estimación de funciones de utilidad

En este capítulo se presentan las funciones de utilidad estimadas para evaluar los factores que afectan la toma de decisiones al momento de realizar un viaje, y en consecuencia, poder estimar el bienestar que este viaje representa para los individuos.

La estimación de funciones de utilidad es realizada mediante la implementación de un modelo de elección discreta como lo es el logit multinomial, asumiendo que los residuos son independientes e idénticamente distribuidos (IID) Gumbell, es decir, siguen una distribución de valor extremo tipo 1.

La utilidad de un individuo de viajar en un periodo  $i$  en el tipo de vehículo  $m$  es una combinación lineal de tres componentes principales que inciden en la decisión del mismo (ecuación 4.11). En primer lugar, el costo pecuniario en el que incurre dicho individuo al realizar el viaje por concepto de gastos operacionales como consumo de combustible y pago de peajes. En segundo lugar, el costo del tiempo que conlleva realizar el viaje. En tercer lugar, un componente de preferencia de viaje, es decir, la utilidad que implica realizar un viaje en cierto periodo  $i$ , el cual se presenta como una constante específica en el modelo. Esto puede sintetizarse de la siguiente manera:

$$V_{im}(Q_i, \tau_{im}) = \phi_i + \phi_{tm}t_i(Q_i) + \phi_{cm}(C_{im}^{op} + \tau_{im}) \quad \forall i \in I, m \in M \quad (4.11)$$

La utilidad de un individuo dependerá del tiempo, el costo de viaje (incluyendo tarifa y costos operacionales). La constante específica refleja otras variables no observadas como la preferencia por viajar en determinado período.

### 5.2.1 Instrumento y estadísticas

Con la finalidad de estimar la utilidad costo ( $\phi_{cm}$ ) y la utilidad tiempo ( $\phi_{tm}$ ) para cualquier tipo de vehículo  $m$  se implementó un modelo logit multinomial en el software Biogeme basado en información de encuestas de preferencias declaradas realizadas mediante la utilización de la estrategia de encuestas a un costado de la vía.

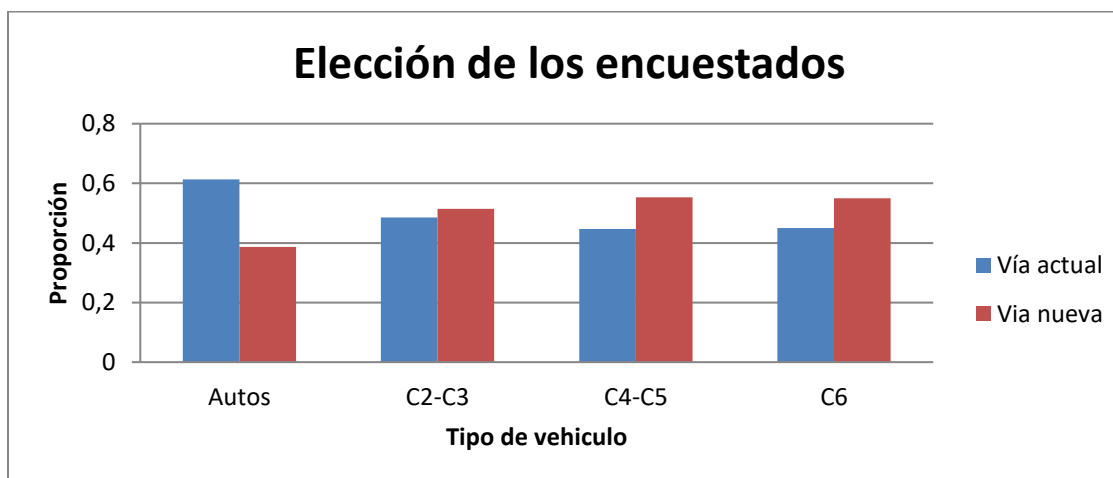
En dicha encuesta se implementó un instrumento con 9 escenarios de decisión en las cuales el encuestado decide entre usar una vía nueva en la que el tiempo de viaje es mayor pero hay un ahorro en los costos de peaje. Considerando que la toma de decisiones depende del tipo de viaje que se realice existe un formato de encuesta diferente para cada tipo de vehículo  $m$ . A continuación, se puede visualizar un ejemplo del formato del instrumento utilizado:

Ruta Actual: Vía Fundación-Ciénaga-Palermo-Puente Laureano Gómez		Ruta Nueva: Vía Fundación- Pivijai-Guaimaro-Puente Laureano Gómez		
				
		Vs		
TARJETA PARA AUTOS				
DIFERENCIA DE LA RUTA NUEVA CON RESPECTO A LA ACTUAL		¿QUÉ RUTA USARÍA?		
Escenario	TIEMPO ADICIONAL DE VIAJE EN MINUTOS	AHORRO EN COSTOS DE PEAJES	USARÍA LA NUEVA RUTA	SEGUIRÍA USANDO LA RUTA ACTUAL
1	20	\$ 4,000		
2	40	\$ 4,000		
3	60	\$ 4,000		
4	20	\$ 6,000		
5	40	\$ 6,000		
6	60	\$ 6,000		
7	20	\$ 8,000		
8	40	\$ 8,000		
9	60	\$ 8,000		

**Ilustración 5 formato de encuesta PD**

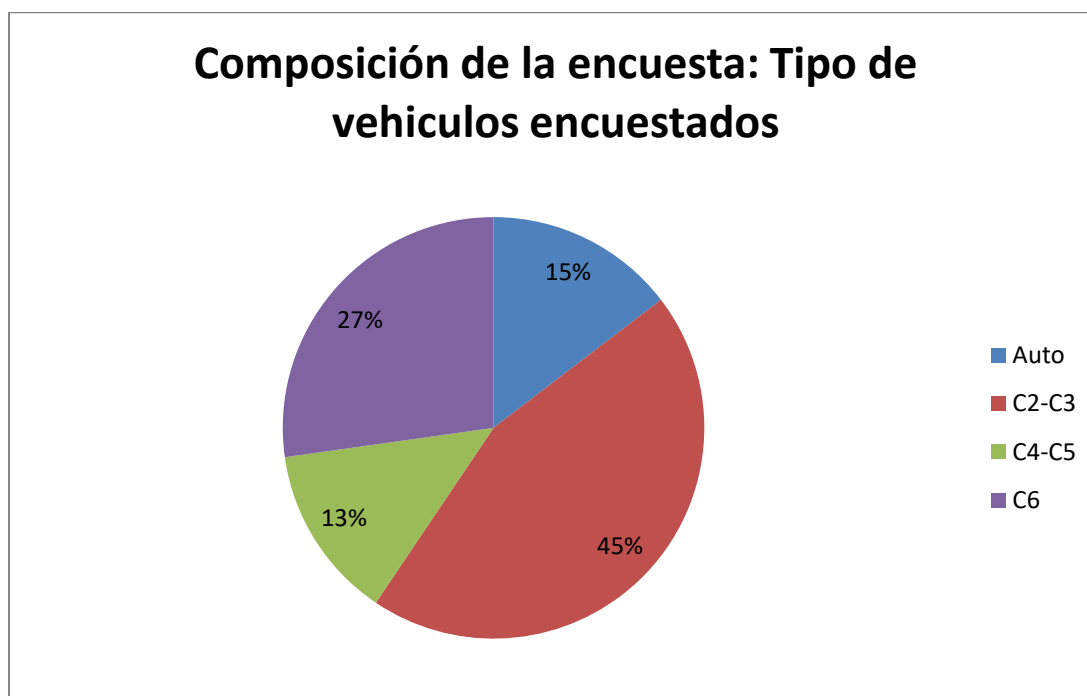
**Fuente:** Departamento de Ingeniería Civil, Universidad del Norte

La encuesta reunió 5605 observaciones permitiendo conocer la utilidad del costo, del tiempo y la valoración subjetiva del tiempo. Los resultados mostraron que la mayoría de usuarios que se desplazan en auto decidieron utilizar la ruta actual a pesar de que la ruta nueva permitiera una reducción en costos de peaje, mientras que en el caso de los vehículos C2-C3, C4-C5 y C6 la mayoría optaron por utilizar la vía nueva, es decir, hubo una mayor proporción de usuarios que prefirieron reducir los costos en peajes e incurrir en un tiempo de viaje adicional respecto a la ruta actual. Las siguientes graficas presentan algunas estadísticas relevantes de la encuesta:



**Ilustración 6 Elección de los encuestados**

**Fuente:** Elaboración propia



**Ilustración 7 Composición de la encuesta: tipo de vehículos encuestados**

Fuente: Elaboración propia

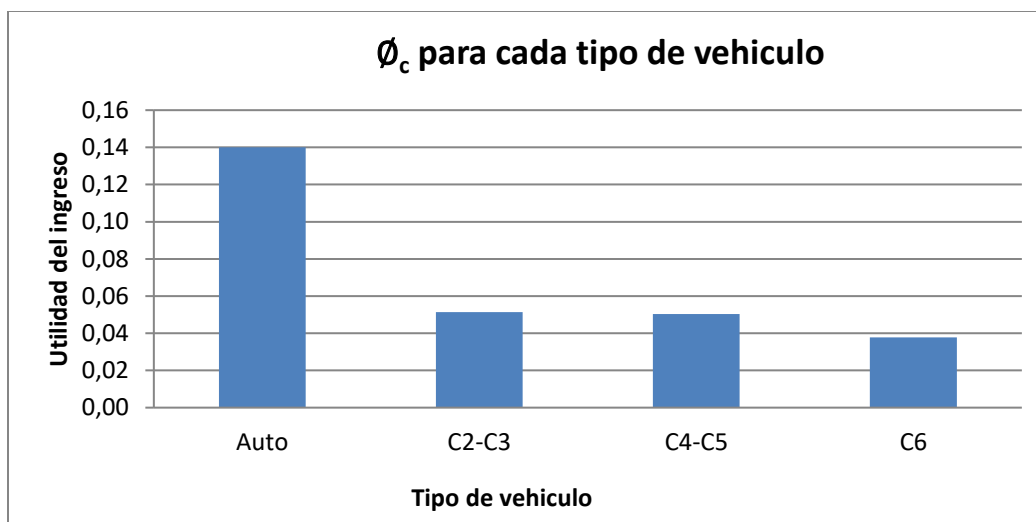
### 5.2.2 Funciones estimadas

A continuación, se presenta una tabla con los resultados obtenidos del modelo logit multinomial, en la cual podemos encontrar el número de observaciones, valor subjetivo del tiempo (VST), utilidad marginal del ingreso y tiempo y los valores del test-t robusto para cada parámetro:

**Tabla 2 Resultados de las utilidades marginales del tiempo e ingreso**

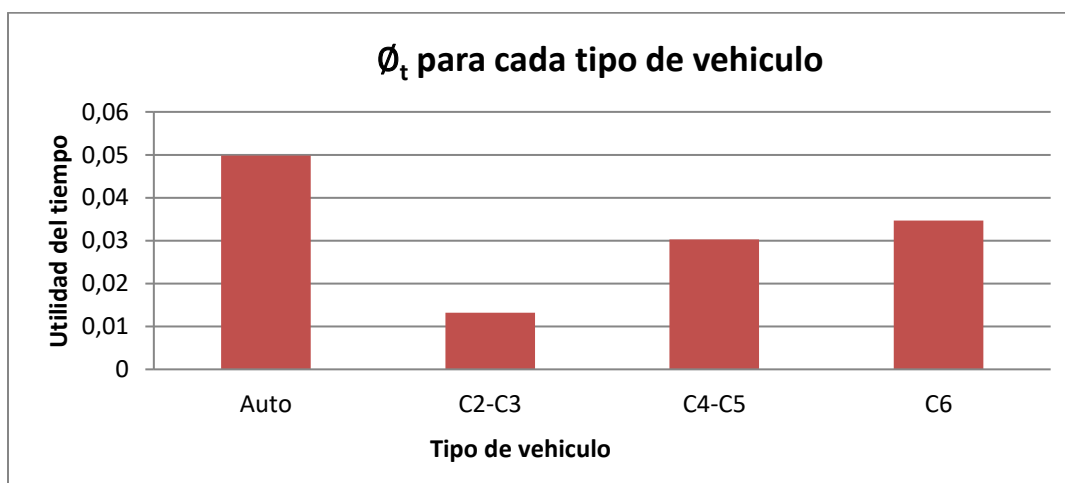
M	Tipo de vehículo	Tipo de modelo	Observaciones	$\phi_{cm}$	Test-t robusto	$\phi_{tm}$	Test-t robusto	VST (pesos/min/veh)
1	Auto	MNL	819	-0,1400	-2,91	0,0498	9,98	355,71
2	C2-C3	MNL	2512	-0,0513	-9,71	0,0132	6,58	257,31
3	C4-C5	MNL	748	-0,0503	-6,77	0,0303	6,27	602,39
4	C6	MNL	1526	-0,0377	-9,80	0,0347	9,17	920,42

Fuente: Elaboración propia



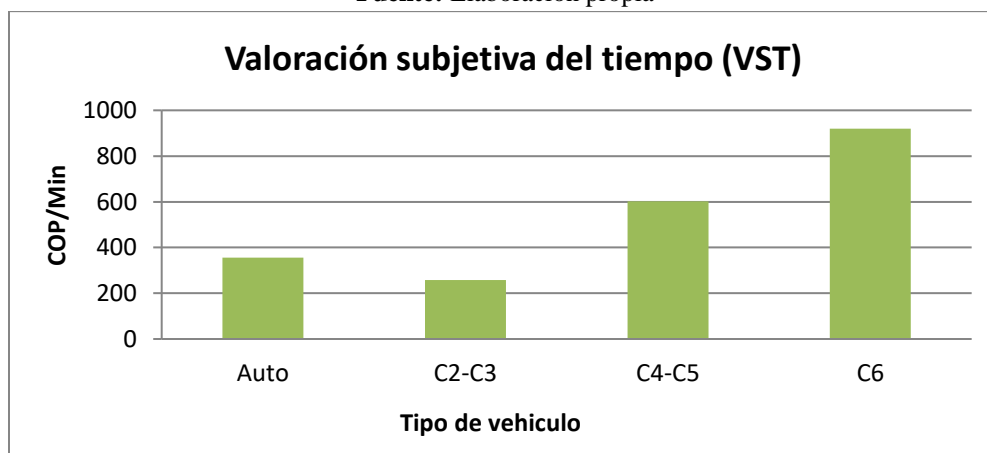
**Ilustración 8 Utilidad del costo cada tipo de vehículo**

Fuente: Elaboración propia



**Ilustración 9 Utilidad del tiempo por tipo de vehículo**

Fuente: Elaboración propia



**Ilustración 10 Valoración subjetiva del tiempo (VST)**

Fuente: Elaboración propia

De los resultados anteriores se puede deducir que el VST para los vehículos con denominaciones mayores (C4-C5 y C6) es superior al VST de los usuarios de autos y C2-C3. Además, la utilidad del tiempo y del ingreso es mayor para los autos que para cualquier vehículo más pesado. Es de notar que todos los valores de la prueba t robusta son mayores en valor absoluto a 1,96 por lo cual se puede decir que se rechaza la hipótesis nula ( $H_0: \emptyset_{cm}=0$  y  $H_0: \emptyset_{tm}=0$ ) y es estadísticamente significativo. Adicionalmente, se debe indicar que debido a que estas utilidades marginales son provenientes de encuestas realizadas en una zona distinta al Atlántico es posible que hayan diferencias respecto a la valoración real de cada atributo, adicionalmente, es importante tener en cuenta que los conductores de camiones usualmente no son los dueños de los vehículos que conducen, por tanto estos vehículos C2-C3 pueden tener valores del tiempo más bajos que el valor del tiempo de un usuario de vehículo privado.

Finalmente, las funciones de utilidad para cada tipo de vehículo se encuentran expresadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V_{i,autos}(Q_i, \tau_{i1}) &= \emptyset_i - 0,0498 t_i(Q_i) - 0,14 (C_{i1}^{op} + \tau_{i1}) \\ V_{i,C2-C3}(Q_i, \tau_{i2}) &= \emptyset_i - 0,0132 t_i(Q_i) - 0,0513 (C_{i2}^{op} + \tau_{i2}) \\ V_{i,C4-C5}(Q_i, \tau_{i3}) &= \emptyset_i - 0,0303 t_i(Q_i) - 0,0503 (C_{i3}^{op} + \tau_{i3}) \\ V_{i,C6}(Q_i, \tau_{i4}) &= \emptyset_i - 0,0347 t_i(Q_i) - 0,0377 (C_{i4}^{op} + \tau_{i4}) \end{aligned}$$

No obstante, el cálculo de la constante específica debe realizarse acorde con la demanda de viajes entre un origen y un destino, como se había mencionado previamente, por lo cual  $\emptyset_i$  será un conjunto de valores que depende del corredor vial a analizar o par origen-destino a conectar.

### 5.3 Análisis de aforos vehiculares y estimación de constantes específicas

Con la finalidad de realizar una implementación del modelo propuesto se han reunido aforos vehiculares de corredores rurales del departamento del Atlántico, obteniendo constantes específicas, flujos de vehículos equivalentes y vehículos mixtos que circulan en un par origen-destino y los patrones de viaje que dan una aproximación de la demanda de la vía. Estas son principalmente vías secundarias y terciarias, las cuales se caracterizan por tener capas de rodadura en pavimento flexible, poco mantenimiento de las condiciones de la superficie, además de que cumplen con la función de conectar cabeceras municipales y corregimientos por lo que es común que muchos de los viajes se realicen en transporte público y no en transporte privado.

La constante específica ( $\emptyset_i$ ) fue ajustada acorde con las preferencias de viaje de los usuarios, es decir, de acuerdo a los patrones de viaje encontrados en los aforos vehiculares realizados en vías secundarias y terciarias de uso rural e interurbano de los mencionados departamentos. Estos aforos vehiculares cuentan con volúmenes por tipo de vehículo en una semana típica (7 días) de manera

continua desde las 00:00 horas hasta las 24:00 de cada día, por lo cual es posible estimar la proporción de mercado de los vehículos que se desplazan entre un origen y un destino en cada hora. No obstante para efectos prácticos, es preferible establecer constantes por periodos típicos dependiendo de los flujos vehiculares, para ello se ha propuesto unos rangos de flujo para cada periodo, como lo especifica la siguiente tabla:

**Tabla 3 Tipos de periodo**

Categoría	Límite Inferior	Límite superior
1	0	$\pi - \sigma$
2	$\pi - \sigma$	$\mu$
3	$\mu$	$\pi + \sigma$
4	$\pi + \sigma$	$\pi + 2 \sigma$

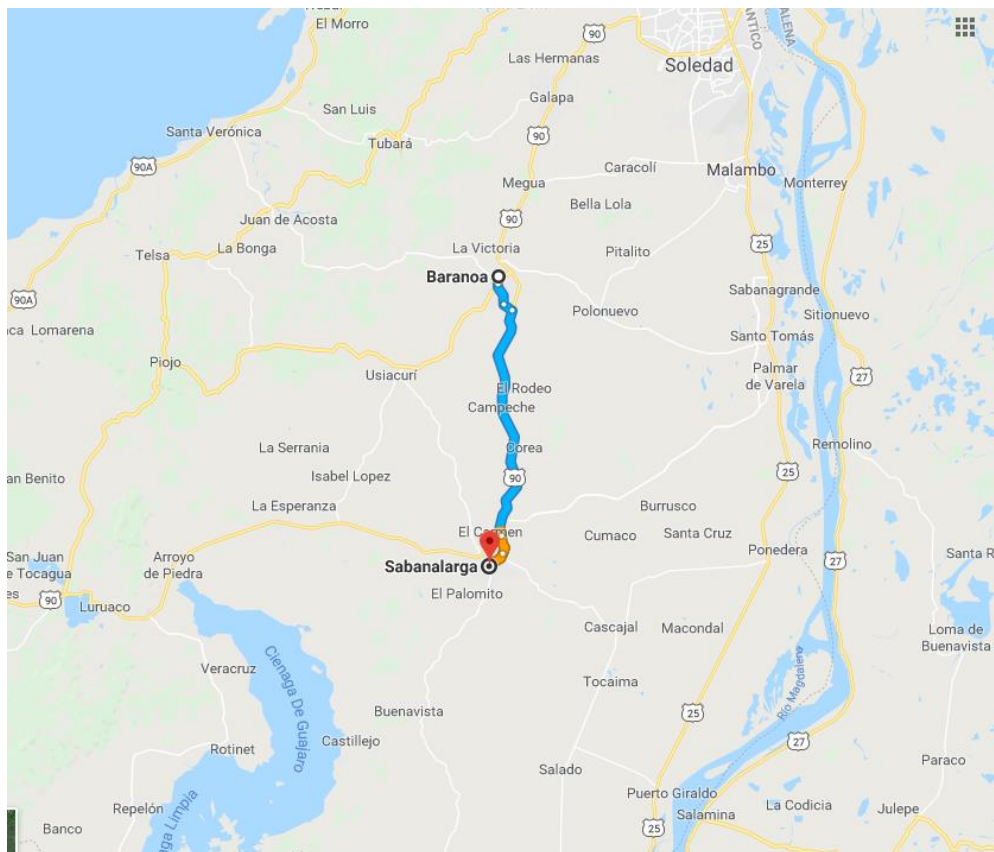
**Fuente:** Elaboración propia

Estimando la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ), es posible asignar una categoría a cada hora, de manera que se puede identificar cada hora con una categoría según los flujos vehiculares. Posteriormente, es posible estimar las proporciones de mercado si consideramos el número de vehículos que circula en cada tipo de periodo o categoría. El proceso de ajuste de la constante está basado en el MNL, teniendo en cuenta el procedimiento detallado en los anexos, y se realizará por tipo de periodo.

En las siguientes secciones se presenta el análisis de los aforos vehiculares la vía Sabanalarga-Baranoa. En dichas secciones se detallan los patrones de flujos y otras estadísticas relevantes consideradas en la aplicación del modelo.

### 5.3.1 Sabanalarga-Baranoa

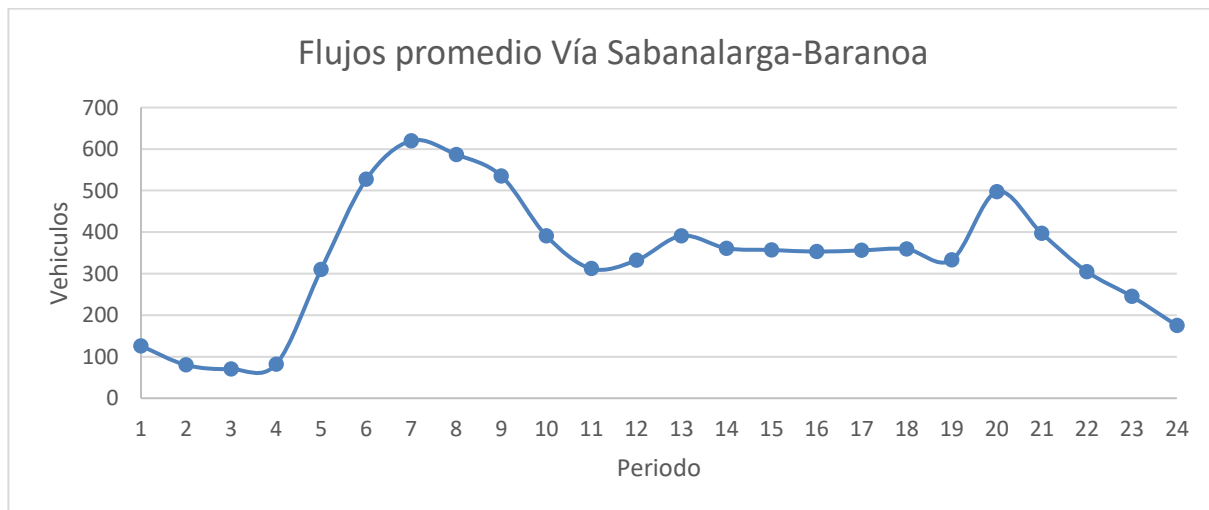
La conexión Sabanalarga-Baranoa es una vía de 21.7 km que compone un arco entre 2 municipios del departamento del Atlántico. La composición vehicular del flujo indica que el vehículo que más circula en la zona son camiones C2-C3 con un 47% de participación, seguido por los automóviles con 38%, mientras que los vehículos tipo C6 llegan a un 11% y los C4-C5 con una participación 4% son los vehículos que menos circulan en este arco. Adicionalmente, se encontró que la media de vehículos por hora es de 337, mientras que la hora de máxima demanda fue de 6:00-7:00 con 620 vehículos mixtos, lo que equivale a 1150 vehículos equivalentes.



**Ilustración 11 Vía Sabanalarga-Baranoa**

**Fuente:** Google maps.

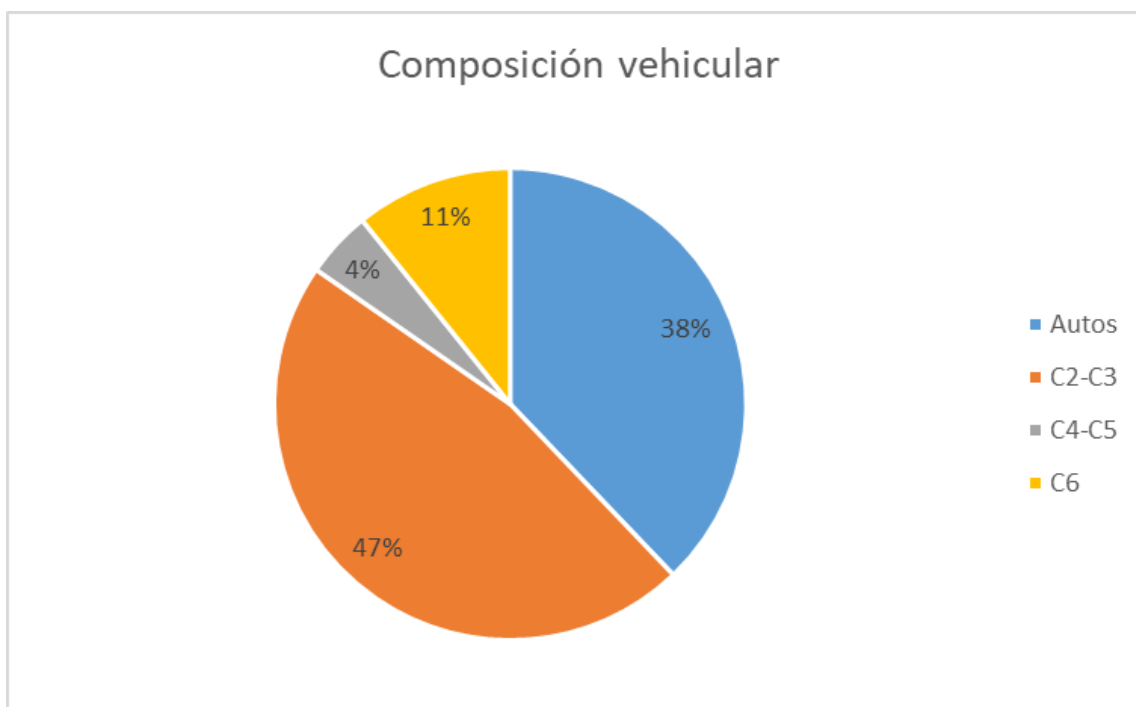
En las siguientes graficas se puede visualizar el flujo vehicular en un día típico de la semana evidenciando periodos de menor flujo entre las 21:00-5:00, con flujos relativamente estables entre 11:00-19:00 y picos alrededor de las 7:00-9:00 y 19:00-20:00.



**Ilustración 12 Volumen en vehículos mixtos vía Sabanalarga-Baranoa**

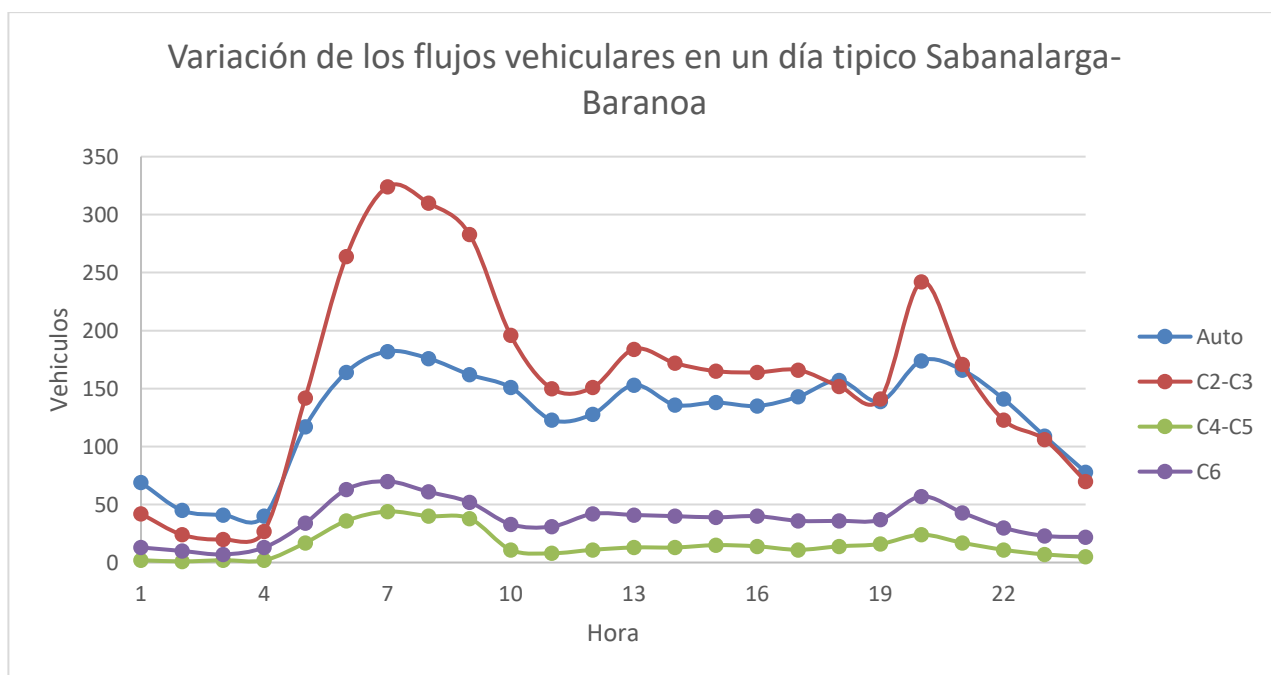
**Fuente:** Elaboración propia





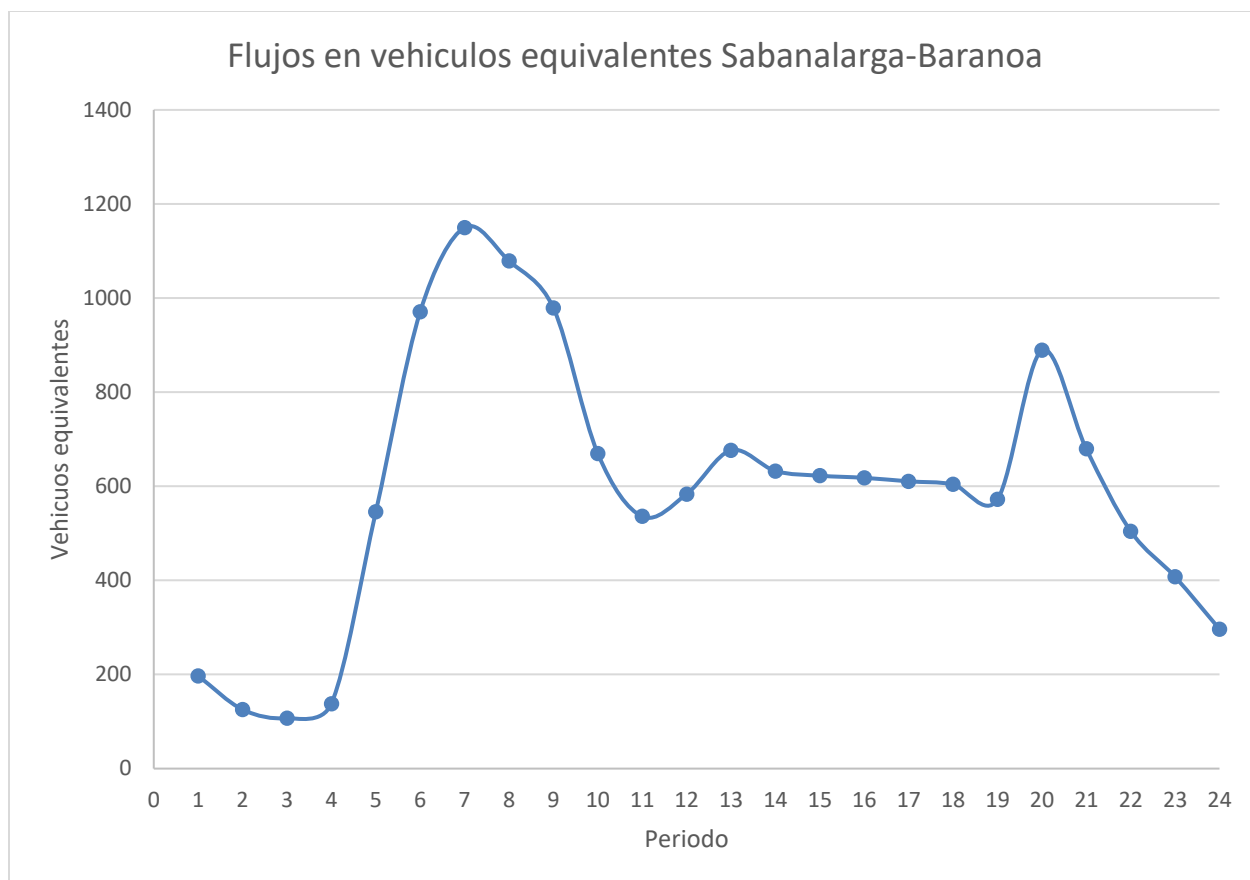
**Ilustración 13 Composición vehicular vía Sabanalarga-Baranoa**

**Fuente:** Elaboración propia



**Ilustración 14 Variación de los flujos vehiculares en un día típico Sabanalarga-Baranoa**

**Fuente:** Elaboración propia



**Ilustración 15 Flujos en vehículos equivalentes Sabanalarga-Baranoa**

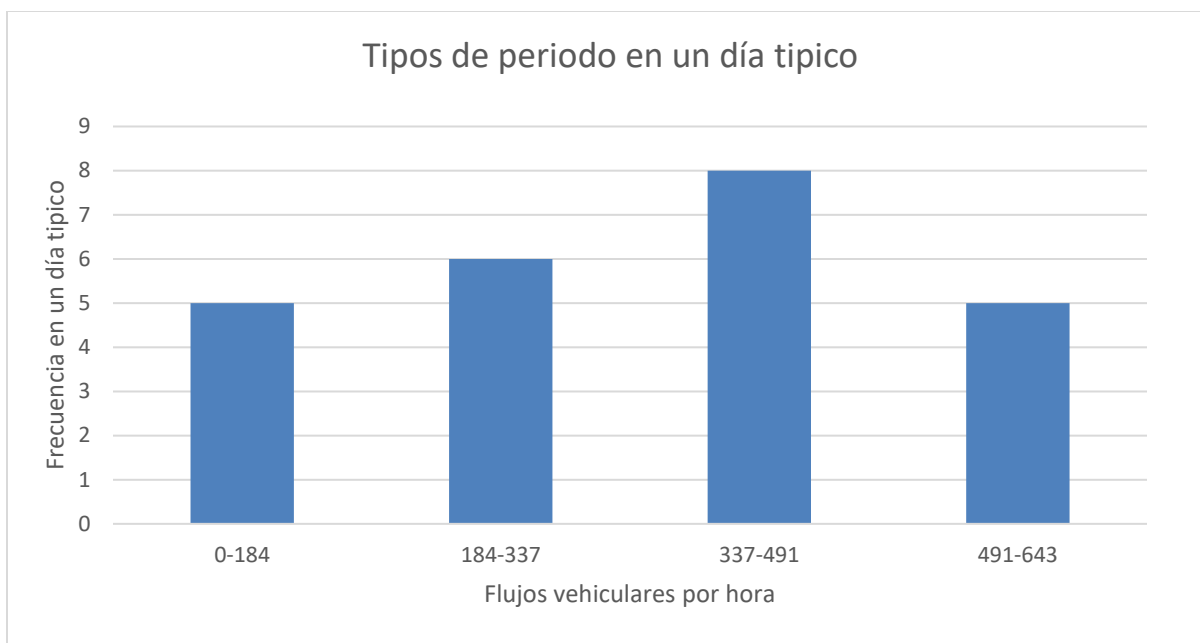
**Fuente:** Elaboración propia

Por otra parte, utilizando el procedimiento de cálculo de constantes específicas detallado en los anexos obtenemos:

**Tabla 4 Constantes específicas estimadas por tipo de periodo**

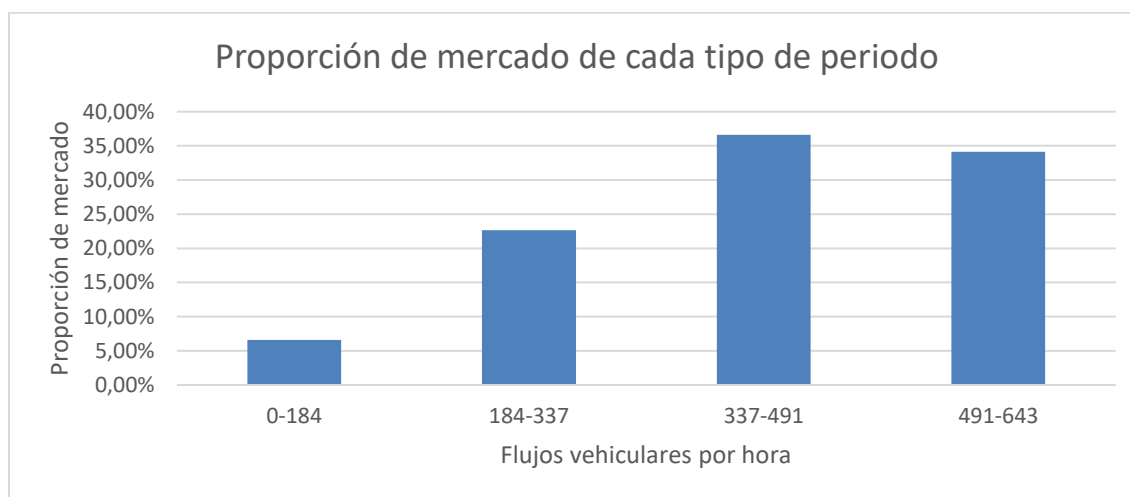
Clase	Límite Inferior	Límite Superior	Frecuencia	Proporción de mercado	$\phi_i$
1	0,00	184,46	5	6,58%	0,000
2	184,46	337,54	6	22,68%	1,237
3	337,54	490,63	8	36,60%	1,716
4	490,63	643,71	5	34,14%	1,647

**Fuente:** Elaboración propia



**Ilustración 16 tipo de periodo frecuencia en un día típico**

Fuente: Elaboración propia



**Ilustración 17 Proporción de mercado por tipo de periodo**

Fuente: Elaboración propia

## 5.4 Funciones BPR

En el presente estudio se utilizará la formulación BPR (Bureau of Public Roads) para capturar los efectos de la congestión vehicular en los tiempos de viaje, lo que afecta la estructura de costos del usuario dependiendo del flujo en cada periodo. La formulación BPR es una de las funciones más utilizadas para describir la relación entre volumen vehicular y demora, y requiere calibrar parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , los cuales dependen de las características del arco estudiado. Debido a que la calibración de estas funciones se encuentra fuera del alcance del presente estudio se utilizaran

parámetros estimados por (Ministerio de Transporte, 2008). La forma funcional de la BPR es la siguiente:

$$t_i(Q_i) = t_o(1 + \alpha \left(\frac{Q_i}{K}\right)^\beta) \quad (4.12)$$

Ahora bien, los parámetros dependen del tipo de terreno (plano, ondulado o montañoso), tipo de superficie de rodadura (pavimento o afirmado) y el estado del mismo (Bueno, Regular o Malo). Se considera que los parámetros obtenidos en el estudio de (Ministerio de Transporte, 2008) reúnen las características de los principales corredores en Colombia y representan adecuadamente las condiciones de cualquier vía secundaria o terciaria en la costa Caribe colombiana. Los parámetros estimados en el mencionado estudio son los siguientes:

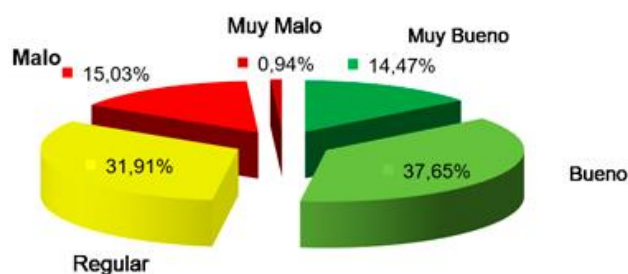
**Tabla 5 Parámetros de la BPR para distintos tipos de vía**

TERRENO	SUPERFICIE	ESTADO	Vía tipo	C60	FFS	T	$\alpha$	$\beta$
Plano	Pavimentado	Bueno	111	2179	81	0,19	0,20	3,0
Plano	Pavimentado	Regular	112	2213	81	0,21	0,20	3,0
Plano	Pavimentado	Malo	113	1175	81	0,20	0,20	3,0
Plano	Afirmado	Bueno	121	2030	76	0,43	0,35	3,5
Plano	Afirmado	Regular	122	2036	76	0,41	0,35	3,5
Plano	Afirmado	Malo	123	2064	76	0,44	0,35	4,0
Ondulado	Pavimentado	Bueno	211	1813	72	0,21	0,25	3,5
Ondulado	Pavimentado	Regular	212	1818	72	0,23	0,25	3,5
Ondulado	Pavimentado	Malo	213	1825	72	0,24	0,30	3,5
Ondulado	Afirmado	Bueno	221	1662	78	0,29	0,40	4,0
Ondulado	Afirmado	Regular	222	1716	78	0,38	0,40	4,0
Ondulado	Afirmado	Malo	223	1657	78	0,53	0,40	4,0
Montañoso	Pavimentado	Bueno	311	1557	75	0,27	0,35	4,0
Montañoso	Pavimentado	Regular	312	1536	75	0,35	0,35	4,0
Montañoso	Pavimentado	Malo	313	1507	75	0,40	0,40	4,0
Montañoso	Afirmado	Bueno	321	1349	60	0,40	0,40	4,0
Montañoso	Afirmado	Regular	322	1386	60	0,38	0,40	4,0
Montañoso	Afirmado	Malo	323	1404	60	0,52	0,40	4,0
Plano	Doble calzada		401	1700	90	0,12	0,10	2,0
Ondulado	Doble calzada		402	1700	80	0,21	0,10	2,5
Montañoso	Doble calzada		403	1700	70	0,24	0,15	3,0

**Fuente:** (Ministerio de Transporte, 2008)

De la anterior tabla es posible calibrar la función BPR según tipo de terreno, el tipo de superficie y el estado de la misma. Adicionalmente, la anterior tabla brinda información de las velocidades de flujo libre (FFS) y la capacidad vial en vehículos mixtos (C60) (UPTC, 2007), la cual es relevante en la calibración de la función y es fundamental en el funcionamiento del modelo por las relaciones flujo capacidad. La capacidad será estimada en vehículos equivalentes utilizando los factores de hora pico que recomienda el (UPTC, 2007).

De acuerdo con el reporte del estado de la red vial con criterio técnico del segundo semestre de 2017 del Instituto nacional de vías (INVIAS, 2018) un 52,12% de la red vial primaria y secundaria pavimentada evaluada se encontraba en estado muy bueno y bueno, mientras que un 31,91% estaba regular y tan solo un 15,97 % en mal o muy mal estado.



**Ilustración 18 Estado de la red vial pavimentada II semestre de 2017**

Fuente: (INVIAS, 2018)

Considerando que el caso de aplicación del presente estudio contempla vías secundarias de la región Caribe Colombiana y debido a que no se tienen mediciones o estudios en específico de las vías Sabanalarga-Baranoa, se asumirá que el estado de la red vial es regular o bueno en un tipo de terreno plano, por tanto los parámetros de calibración de la BPR serán  $\alpha = 0,2$  y  $\beta = 3,0$  para vías pavimentadas. Se hace claridad que el modelo puede ser aplicado y calibrado en otros tipos de vías y terrenos sencillamente con la elección de parámetros adecuados de la tabla anterior.

## **5.5 Especificación de funciones de costo**

### **5.5.1 Costos ambientales**

Con la finalidad de capturar los costos sociales derivados de la contaminación ambiental por la circulación de vehículos en un arco o conexión carretera es necesario estimar la valoración de la emisión de Monóxido de carbono (CO), Dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), Óxidos de nitrógeno (NO) y Material particulado (MP), y que tanto se emite. Los contaminantes comúnmente utilizados en los distintos modelos de emisión como MOBILE, COPERT y IVE son los siguientes: monóxido de carbono CO, compuestos orgánicos volátiles COV, óxidos de nitrógeno NOx, material particulado MP y óxido nitroso N<sub>2</sub>O. Es clave hacer hincapié en que el costo ambiental de la emisión de cada

uno de estos contaminantes es diferente, por lo que el impacto marginal dependerá en gran medida en la valoración del daño potencial que pueda causar el contaminante.

Diversos investigadores han estudiado los factores de emisión y valoraciones económicas de los contaminantes a nivel internacional (Cai, Burnham, & Wang, 2013) y en Colombia (Castro & Escobar, 2006) (Herrera, 2007). Debido a que el objeto del presente estudio no contempla la estimación de la valoración económica de la emisión de cada contaminante, estos factores serán tomados de estudios disponibles en el medio Colombiano, los cuales utilizan como modelo de calibración el IVE. El modelo IVE se encuentra diseñado para adaptarse a las necesidades de los países en vía de desarrollo, capturando efectos de emisiones tóxicas y gases invernadero, convirtiéndose en una herramienta interesante en la planificación de la calidad del aire (IVE, 2018).

Estudios como (Sider, Alam, Farrell, Hatzopoulou, & Eluru, 2014) demuestran que al utilizar tasas de emisión constantes se omiten las operaciones de aceleración y deceleración de los vehículos, las cuales afectan las emisiones considerablemente. Por ende, los daños ambientales serán estimados según el modelo (Setyawan & Kusdiantoro, 2015) ajustado, con las ecuaciones especificadas en la tabla 1 y las valoraciones presentadas en la siguiente tabla:

Tabla 6 Costo social de los contaminantes

Emisión		Costo en USD/ton		Costo en COP/ton	
Monóxido de carbono	CO	\$	490	\$	1.416.085
Compuestos orgánicos volátiles	COV	\$	1.300	\$	3.756.961
Óxidos de nitrógeno	NOx	\$	5.100	\$	14.738.847
Material particulado	MP2,5	\$	240.000	\$	693.592.800
Óxido nitroso	N2O	\$	11.000	\$	31.789.670
Dióxido de carbono	CO2	\$	35	\$	101.149

**Fuente:** Elaboración propia basado en datos de (Shindell, 2013) y (EPA, 2010). TRM=2.889,97

### 5.5.2 Costos de pavimento

La externalidad por daño al pavimento de acuerdo a la ecuación 4.9 propuesta anteriormente es igual a la valoración del daño al pavimento por eje multiplicado la longitud del tramo y por su respectivo factor camión<sup>5</sup>. Esta última variable es de suma importancia debido a que permite capturar el impacto de la circulación de distintos tipos de vehículos en el estado del pavimento. Es

<sup>5</sup> El factor camión es el número de aplicaciones de ejes sencillos de 8.2 toneladas que generan el mismo daño que un camión con una carga cualquiera.

preciso indicar que investigadores recomiendan utilizar valores específicos por zona debido a que las necesidades de carga dependen de las características intrínsecas de la región (por la sobrecarga de vehículos, por ejemplo) (Ulloa, Badilla, Allen, & Obando, 2008).

Teniendo esto en cuenta se ha considerado utilizar los valores de factor camión sugeridos por (Macea, Fuentes, & Alvarez, 2013), investigadores que afirman que el uso de factores camión a nivel nacional generan desfases en los diseños realizados que pueden repercutir en las estructuras de pavimento por deterioros acelerados, subestimando el factor camión en muchos casos, y en consecuencia, generando sobrecostos por la necesidad de realizar mantenimiento correctivo como sobre carpetas, reciclado, parcheo, bacheo, entre otros.

Debido a las categorías propuestas para la ejecución del modelo (C2-C3, C4-C5 y C6) se escogieron factores camión promedio en vías representativas de los departamentos de la Costa Caribe Colombiana basados en (Macea, Fuentes, & Alvarez, 2013), información que puede encontrarse en los anexos del estudio.

Es pertinente indicar que muchas agencias (Por ejemplo, el departamento de transporte de Alabama) asumen que los vehículos livianos como motos, automóviles o camionetas no generan daño al pavimento, debido a que sus contribuciones marginales al daño del pavimento son mínimas (Turochy, Timm, & Tisdale, 2005). No obstante, en el presente estudio se considerará un factor de carga de vehículos livianos de 0,0004 teniendo en cuenta los factores utilizados en la literatura (Holguín-Veras & Cetin, 2009) (Mid-America Freight Coalition, 2015) (Pavement Interactive, 2018).

**Tabla 7 Factores camión en vías representativas por departamentos en Colombia**

Departamento	Tipo de vehículo				
	C2	C3	C4	C5	C6
Bolívar	1,88	2,53	2,22	2,49	3,05
Guajira	1,34	1,36	3,22	3,29	6,36
Sucre	2,80	2,87	5,18	3,68	5,78
Tolima	1,71	2,95	2,03	2,78	3,95
Promedio Costa	1,93	2,43	3,16	3,06	4,79
Promedio Categorías	2,18		3,11		4,79

**Fuente:** (Macea, Fuentes, & Alvarez, 2013) con modificaciones propias.

**Tabla 8 Factores camión utilizados**

Tipo de Vehículo	Factor camión
Auto	0,0004
Camiones C2-C3	2,18
Camiones C4-C5	3,11
Camiones C6	4,79

**Fuente:** Elaboración con base en las referencias.

Por otra parte, en cuanto al impacto al pavimento por ESAL-km existe una variedad de estudios que configuran un amplio rango de costos unitarios que dependen de los estándares de diseño de los pavimentos. Teniendo en cuenta la gran variedad de valores disponibles en la literatura autores como (Holguín-Veras & Cetin, 2009) han utilizado distintos valores de costos unitarios, 0,05, 0,30 y 1 USD/ESAL-milla (USD de 2007), en sus modelaciones para cubrir un rango más amplio en su análisis. Adicionalmente, entidades como (United State Department of Transportation, 1995) reportan que para vías rurales interestatales la valoración del daño al pavimento llegar a ser de 8,7 centavos de USD/ESAL-milla (USD de 1982).

Adicionalmente, la valoración económica del daño al pavimento ha sido estudiado por autores como (Newbery, 1988) que exploraron distintas vías en Túnez, obteniendo valoraciones de daño al pavimento de 0,03 centavos de USD/ESAL-milla (USD de 1988), mientras que (Small, Clifford, & Carol, 1989) estiman valores alrededor de 0,3 a 63 centavos USD/ESAL-km (USD de 1998). Otros estudios realizados en el Suecia por (Lindberg, 2002) revelan que los impactos marginales por ESAL-km en vías con alto tráfico de vehículos pesados tiende a ser mayor, lo que en promedio representaría un impacto de 0,00348 a 0,02204 de USD/ESAL-km.

No obstante, estudios más recientes han analizado el daño al pavimento teniendo en cuenta factores previamente no incluidos, como el tipo de vía, la edad del pavimento y el tipo de mantenimiento que pueda requerir la infraestructura (debido a que en estudios previos solo se consideraban intervenciones periódicas tipo sobrecarpeta asfáltica), revelando que en promedio una vía nueva (0 a 5 años de funcionamiento) tendrá valores del daño al pavimento alrededor de los 0,0330 USD/ESAL-milla (USD de 2015) (Ahmed, Bai, & Labi, Pavement damage cost estimation: a synthesis of past research, 2013) (Ahmed, Bai, Lavrenz, & Labi, 2015).



Es evidente que la pluralidad de valores estimados alrededor del mundo corresponden a diferencias importantes en los estándares de diseño, por ende, en la presente investigación se considerará el valor propuesto por (Ahmed, Bai, Lavrenz, & Labi, 2015) 0,056 USD/ESAL-milla ajustado por inflación al año 2018 y con un TRM de 2.890 COP/USD, teniendo en cuenta que es la investigación más reciente y que más elementos incluye en su estimación. Las valoraciones encontradas en la literatura relevante asociada a vías rurales se encuentra resumida en la siguiente tabla:

**Tabla 9 Valoración del daño al pavimento en COP/ESAL-km según la literatura**

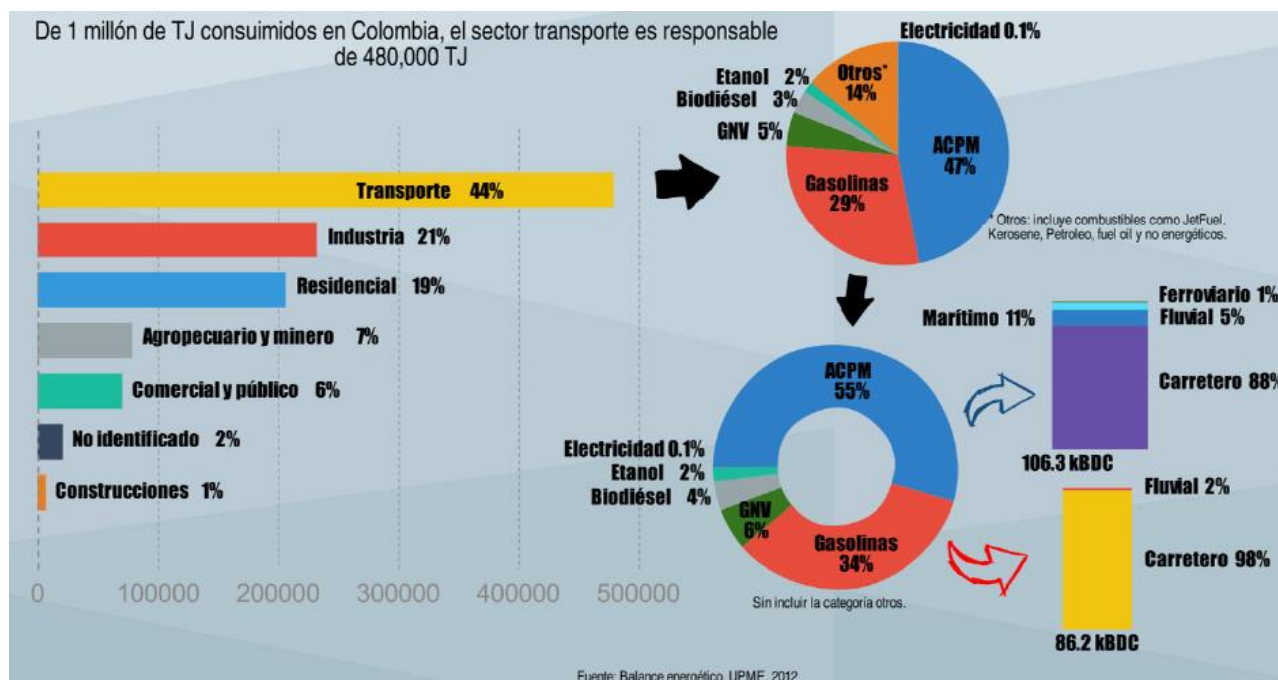
Autores	Rango	USD (2018) /ESAL-km	COP(2018)/ESAL-km
(Ahmed, Bai, Lavrenz, & Labi, 2015)	0,00220-0,07720	0,056	162
(Lindberg, 2002)	0,00348-0,02204	0,018	52
(Li & Sinha, 2000)	0,023-0,038	0,072	208
(Newbery, 1988)	0,0013-0,0258	0,047	135
(United State Department of Transportation, 1995)	0,087	0,367	1061
(Small, Clifford, & Carol, 1989)	0,003-0,63	0,647	1871

**Fuente:** Elaboración propia.

### 5.5.3 Costos operacionales

Para aplicar el modelo propuesto se considera que cada usuario decide su tiempo de viaje dependiendo de la utilidad que le genere, la cual se encuentra en función de los costos en los que incurre. Uno de estos costos es el costo operativo en el que se incurre al realizar un viaje, incluyendo consumo de combustible, lubricantes, llantas, aceite y depreciación.

No obstante, los costos por lubricantes, llantas, aceite y depreciación usualmente no son percibidos de manera directa por el usuario, sino que los considera costos fijos por tener el vehículo. En consecuencia, en la presente investigación se considerará que los costos de operación son iguales a los costos incurridos por consumo de combustible. En la siguiente imagen puede visualizarse el consumo energético en Colombia:



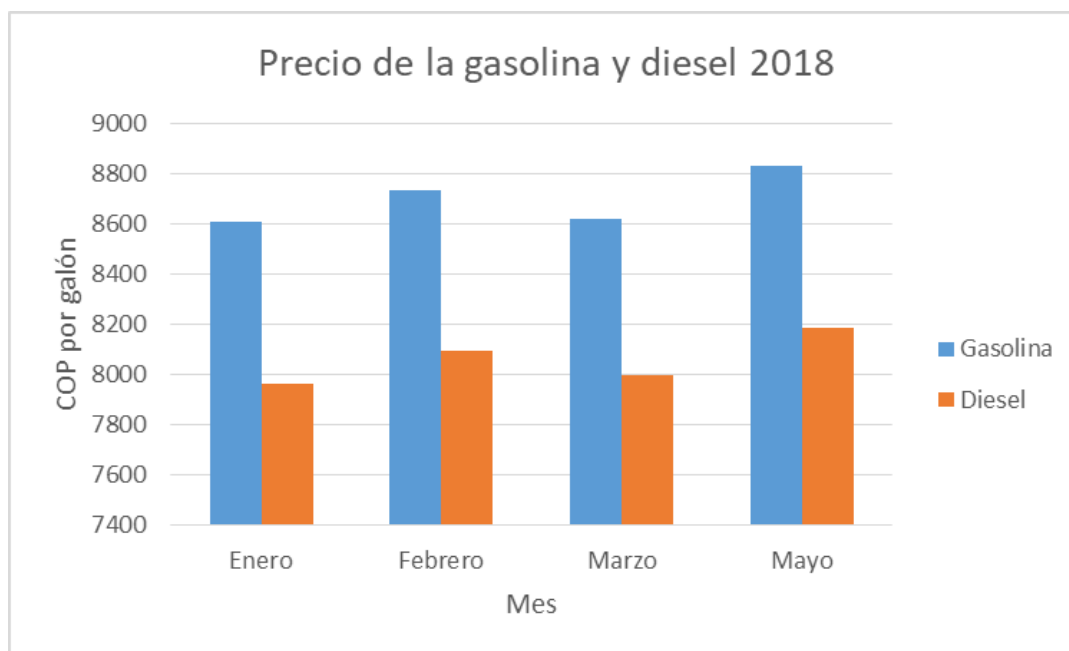
**Ilustración 19 Consumo histórico energético en Colombia**

Fuente: (UPME, 2012)

El combustible diésel es sin duda alguna el más comercializado en Colombia como fuente energética para vehículos de uso comercial de alta capacidad. Un motor diésel consume un 30% menos de combustible que un motor a gasolina de similares características (Behrentz, 2008), por lo cual es común que los vehículos que recorren largas trayectorias lo utilicen.

Adicionalmente, a pesar de que el Gas Natural Vehicular (GNV) ha surgido como un combustible alternativo, es claro que la gasolina es la más utilizada para el transporte de pasajeros mientras que el diésel se consume principalmente para el movimiento de carga (Galvan, Cantillo, & Arellana, 2016).

Ahora bien, el precio del galón de gasolina ha sufrido ciertas fluctuaciones por la coyuntura económica en el mercado de hidrocarburos, aumentando los precios en los últimos meses como se presenta en la siguiente gráfica:



**Ilustración 20 Evolución del precio de la gasolina y Diésel en año 2018**

**Fuente:** Elaboración propia basado en datos de (Ministerio de Minas y Energía, 2018)

Por simplicidad en el ejemplo numérico se asumirá que los automóviles consumen gasolina mientras que los vehículos de mayores denominaciones (C2, C3, C4, C5 y C6) consumen diésel, tomando los precios por galón registrados para mayo de 2018.

**Tabla 10 Precio del galón de combustible por mes en 2018**

Tipo de combustible	Precio del galón por mes (COP/gal)			
	Enero	Febrero	Marzo	Mayo
Gasolina	8.610	8.733	8.621	8.830
Diésel	7.964	8.097	7.998	8.185

**Fuente:** Elaboración propia basado en datos de (Ministerio de Minas y Energía, 2018)

#### 5.5.4 Costos de inversión y mantenimiento

Para el experimento numérico e implementación del modelo de tarifa, es necesario y relevante indicar que el sistema debe financiar un capital de inversión inicial y adicionalmente obtener un porcentaje para el mantenimiento de la infraestructura. En este sentido, es crucial tener en cuenta que el capital para la ejecución de las obras de infraestructura vial proviene en gran medida de la banca interna de un país y en algunos casos de la banca externa o los mercados de capitales. Es

relevante indicar que la banca interna lidera la financiación de la mayoría de proyectos de infraestructura vial en Colombia manejando periodos de los créditos de hasta 20 años con tasas de interés simple que rondan el IPC+7,5% efectivo anual (E.A.) (ANIF, 2017).

Con la finalidad de estimar la anualidad requerida para la financiación de infraestructura en el presente estudio se considera un IPC del 4,09% (Banco de la República, 2018), para una tasa de interés del 11,59% E.A. y con un periodo de amortización de 20 años. El capital requerido para la inversión será de 4.000.000 USD/km, el cual corresponde a una vía pavimentada incluyendo todos los costos de excavaciones, compactación, mano de obra, señalización, estudios, etc. Además, el sistema debe recaudar la anualidad por los costos de capital y un 5% adicional para el mantenimiento de la vía. Cabe indicar que con el propósito de estimar las tarifas óptimas en cada periodo de un día típico la anualidad calculada (capital más mantenimiento) se estimara como un valor diario, es decir, el sistema debe recolectar un valor equivalente a la anualidad entre 365 días. Esta estimación se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 11 Anualidades a financiar Vía Sabanalarga-Baranoa**

Vía a financiar: Sabanalarga-Baranoa		
Concepto	Valor	Unidad
TRM	\$2.890	COP/USD
Capital (A)	\$4.000.000	USD/Km
Capital (A)	\$11.559.880.000	COP/Km
Mantenimiento	5,00%	%
Tasa de interés ( $\rho$ )	11,59%	E.A. %
Periodos ( $w$ )	20	Años
Km a construir	21,7	Km
Inversión total	\$250.849.396.000	COP
Anualidad ( $Ka$ )	\$32.724.018.316	COP/Año
Anualidad + Mantenimiento	\$34.360.219.232	COP/Año
Anualidad (Diario)	\$94.137.587	COP/día

**Fuente:** Elaboración propia

## 6 RESULTADOS

En la presente sección los resultados obtenidos al optimizar el modelo serán detallados. En específico esta sección incluye escenarios en las que se calculan las tarifas para la vía Sabanalarga-Baranoa, con 15 alternativas de financiamiento y 4 valores de  $\gamma_1$  (cota inferior de la tarifa), para la vía Sabanalarga-Baranoa. Se hace claridad que el valor de  $\delta$  será variado en intervalos de 0,1, es decir, el 10% del valor a financiar, desde -1 a 0,4, mientras que  $\gamma_1$  tomará valores de 0,25, 0,5, 0,75 y 1. Por otra parte, con la finalidad de analizar la sensibilidad de las tarifas se incrementó la demanda vehicular ( $Q_m$ ) en un 50% y la utilidad del tiempo en un 20%, analizando los efectos sobre las medidas de bienestar social y las tarifas de peaje.

### 6.1 Vía Sabanalarga-Baranoa.

El modelo propuesto y calibrado en las secciones anteriores fue optimizado utilizando el paquete psoptim del software R studio, variando los parámetros de calibración del PSO (enjambre de partículas) para encontrar la solución que maximiza la utilidad en cada escenario simulado. Teniendo en cuenta que para la vía Sabanalarga-Baranoa se consideraron 4 valores de  $\gamma_1$  (constante que determina la tarifa mínima de acuerdo con la externalidad que genera cada vehículo) y 15 políticas de financiamiento ( $-1 \leq \delta \leq 0,4$ ), inicialmente se simularon un total de 60 escenarios, obteniendo tarifas por periodo ( $\tau_{im}$ ), distribución de flujos ( $Q_{im}$ ) y medidas de bienestar como el excedente del consumidor (CS-por sus siglas en ingles), recolección por tarifa (TR) y externalidades (OE).

Es importante mencionar que el valor de  $\gamma_1$  determina cual es el porcentaje mínimo de la externalidad generada por un vehículo que el usuario debe pagar (o el sistema debe recuperar), en otras palabras, esta es la cota inferior de la tarifa. A continuación, se pueden visualizar las variaciones de las medidas de bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento y valores  $\gamma_1$ :

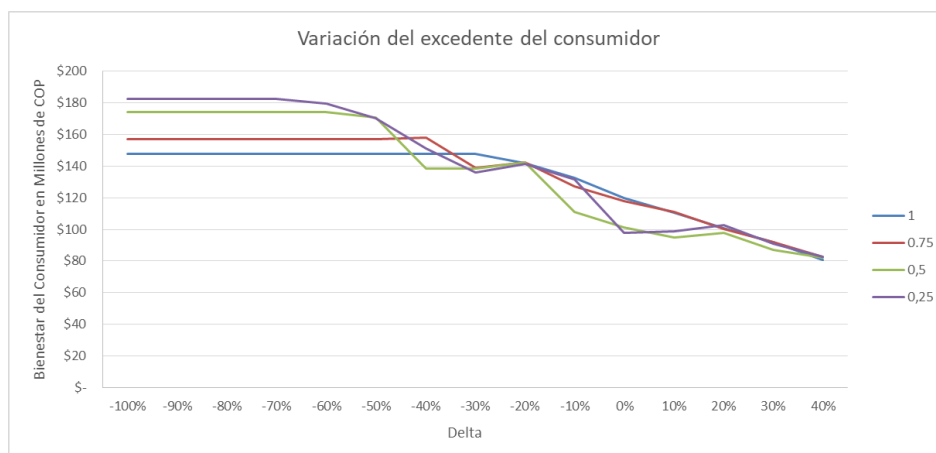


Ilustración 21 Variación de CS bajo diferentes políticas de financiamiento ( $\delta$ ) con distintas  $\gamma_1$

**Fuente:** Elaboración propia

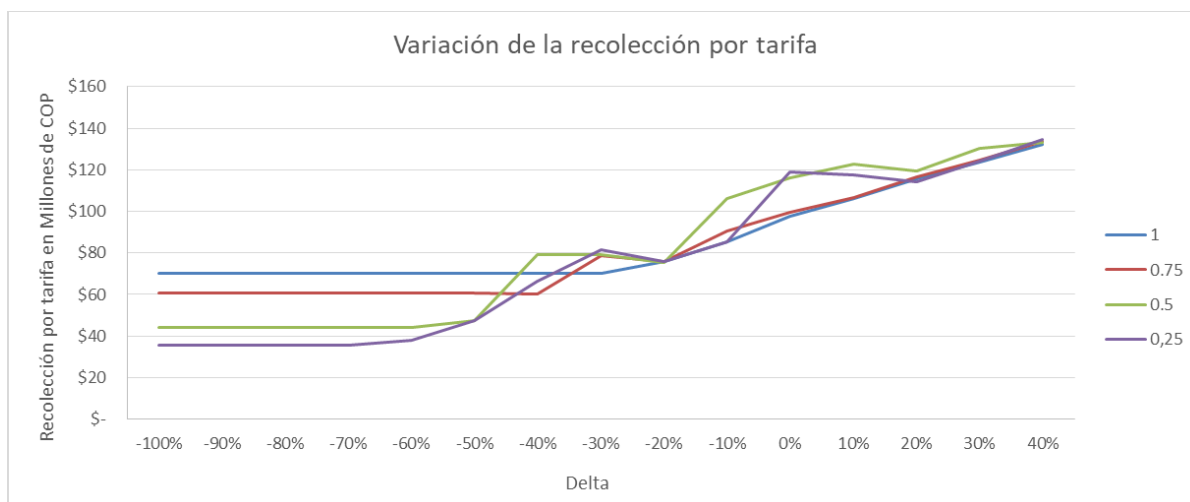


Ilustración 22 Variación de la recolección por tarifa (TR) bajo diferentes políticas de financiamiento ( $\delta$ ) con distintas  $\gamma_1$

Fuente: Elaboración propia

La primera de las ilustraciones anteriores muestra como el excedente del consumidor decrece a medida que  $\delta$  incrementa, lo cual era un resultado esperado considerando que incrementos en  $\delta$  implica que el sistema debe financiar un valor de capital mayor, disminuyendo los beneficios de los consumidores por el incremento de las tarifa dado el aumento en el costo generalizado de viaje. Adicionalmente, también es posible identificar que los valores iniciales de los excedentes del consumidor son distintos e incluso son superiores aquellos que utilizan  $\gamma_1$  iguales a 1, ya que el usuario no está obligado a pagar una tarifa mínima por externalidad evitando equilibrios sub-óptimos. No obstante, se puede identificar que cuando  $\delta$  toma valores superiores a 0,3 el bienestar del consumidor empieza a converger, de manera decreciente independiente del valor de  $\gamma_1$ ,

En segundo lugar, existe un evidente y progresivo incremento de la recolección por tarifa (TR) a medida que aumenta  $\delta$ , lo cual es lógico teniendo en cuenta que los valores a financiar son mayores. Ambas gráficas son complementarias y representan una transferencia de beneficios de los consumidores (usuarios de la vía) hacia los productores (estado, concesionario o administrador de la vía), la cual en el agregado para el sistema esto no representa ningún problema; no obstante, configuraciones que limiten los beneficios del consumidor de manera considerable pueden desestimar la demanda y además posibles problemas de implementación del sistema de tarifas por los efectos distributivos que puede tener la medida. Ahora bien, en general el bienestar social decrece muy levemente con el incremento de  $\gamma_1$  en cada caso, aunque se encontró que en promedio en el rango  $-0,1 \leq \delta \leq 0,1$ , la recolección por tarifa (TR) supera el excedente del consumidor (CS), para cada caso  $\gamma_1$ . Esto puede visualizarse en las siguientes graficas:

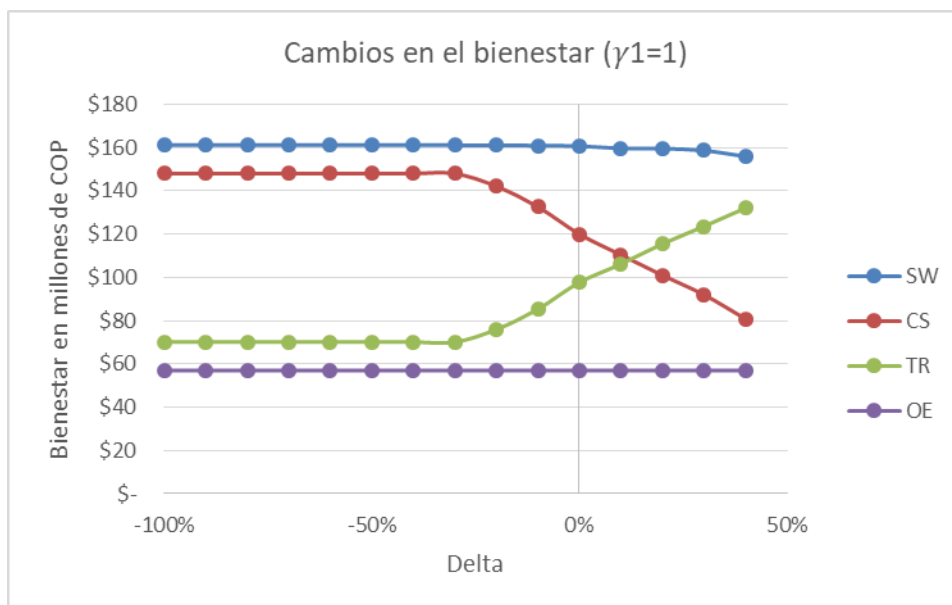


Ilustración 23 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 1$   
**Fuente:** Elaboración propia

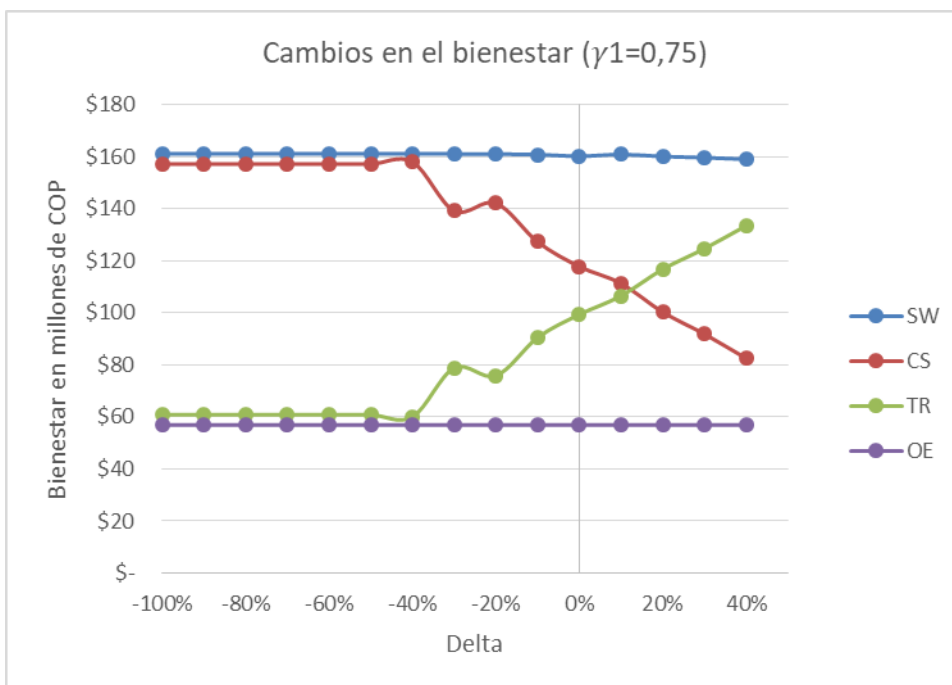


Ilustración 24 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 0,75$   
**Fuente:** Elaboración propia

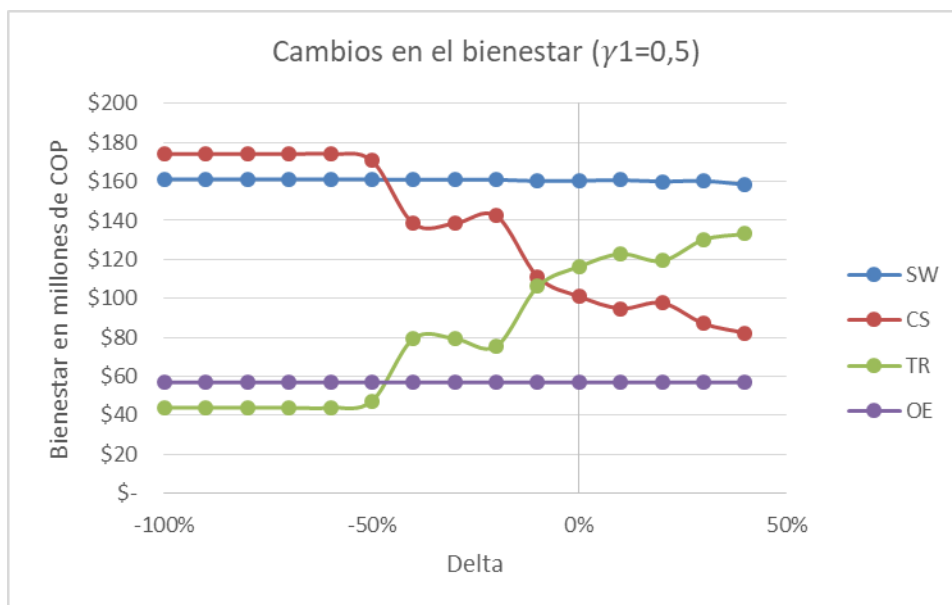


Ilustración 25 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 0,5$

Fuente: Elaboración propia

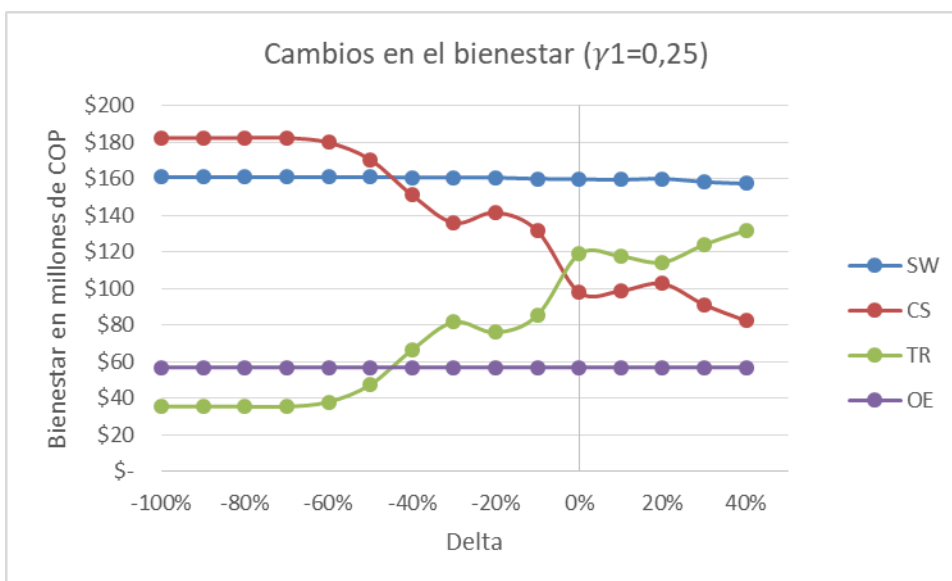


Ilustración 26 Cambios en el bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 0,25$

Fuente: Elaboración propia

Es posible identificar que el sistema encuentra un equilibrio constante y únicamente genera variaciones en el bienestar a partir de valores  $\delta$  entre -0,4 y -0,6, rangos en los cuales la recolección por tarifa de las soluciones iniciales debe aumentar para sustentar el capital a financiar de la simulación. Adicionalmente también es posible analizar la variación de las tarifas por tipo de vehículo para cada valor  $\gamma_1$ :



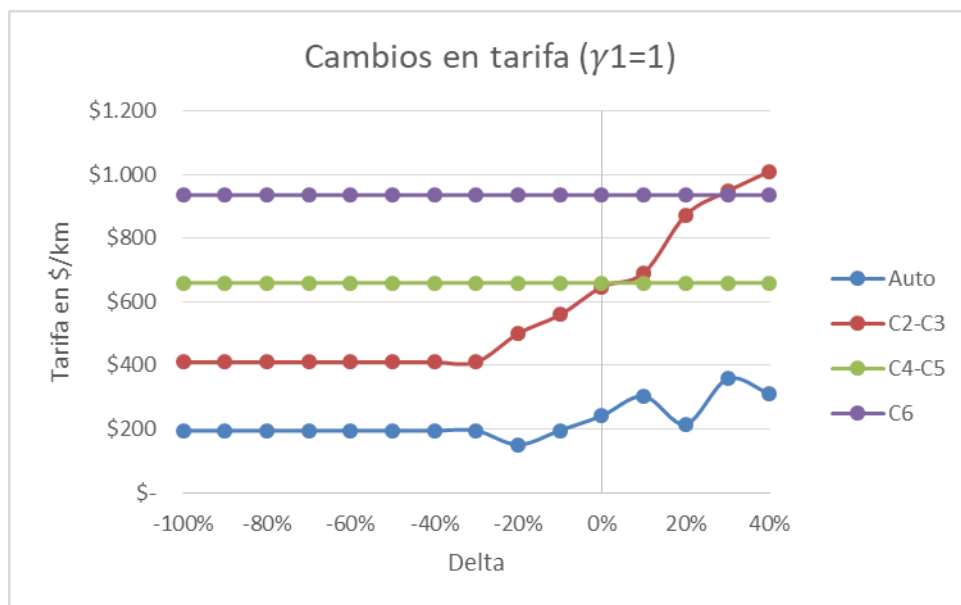


Ilustración 27 Variación en tarifa media \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 1$

Fuente: Elaboración propia

Cuando consideramos valores  $\gamma_1 = 1$ , es decir, la tarifa mínima será equivalente a la diferencia entre los costos marginales y el costo medio percibido, encontramos que los vehículos tipo C4-C5 y C6 tienen tarifas constantes para todo tipo de política de financiamiento, pagando el valor mínimo correspondiente a su externalidad; esto es relevante considerando que la tarifa para los vehículos tipo C2-C3 se comporta diferente, ya que esta empieza a incrementar considerablemente cuando  $\delta > -0,2$ , lo cual implica que cuando el operador necesita más recursos opta por establecer tarifas un poco más altas para estos vehículos, debido a que su volumen vehicular es significativamente más alto que los vehículos C4-C5 y C6. Este fenómeno también puede visualizarse con valores de  $\gamma_1$  más bajos de la siguiente forma:

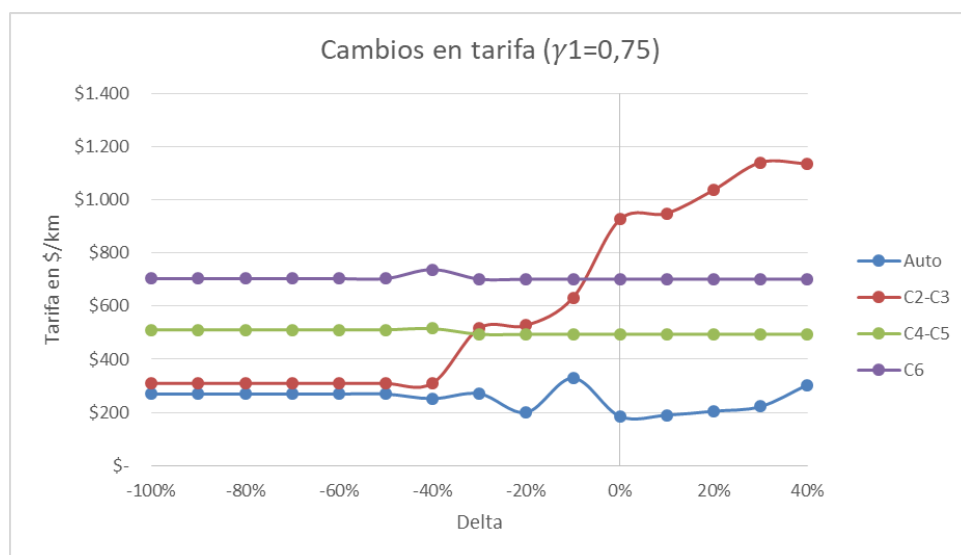
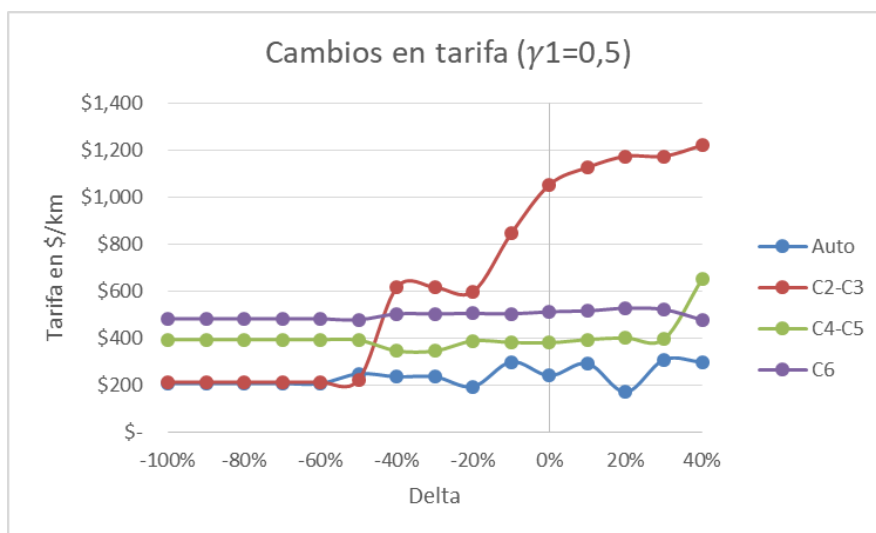


Ilustración 28 Variación en tarifa media \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 0,75$ **Fuente:** Elaboración propiaIlustración 29 Variación en tarifa media \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 0,5$ **Fuente:** Elaboración propia

Incrementar las tarifas a aquellos vehículos con mayor demanda vehicular es una herramienta que adopta el sistema para lograr financiar el capital a invertir y el mantenimiento requerido, mediante subsidios cruzados entre tipos de vehículos, es decir, los vehículos tipo C2-C3 pueden llegar a tener en promedio tarifas un poco mayores a las tarifas que pagan camiones C4-C5 y C6 principalmente cuando el valor a financiar es alto. Cabe indicar que en el presente análisis se excluyeron costos operativos y de implementación del sistema de tarifas. La evolución de las tarifas medias de peaje bajo diferentes políticas de financiamiento para cada  $\gamma_1$  por tipo de vehículo se presenta a continuación:

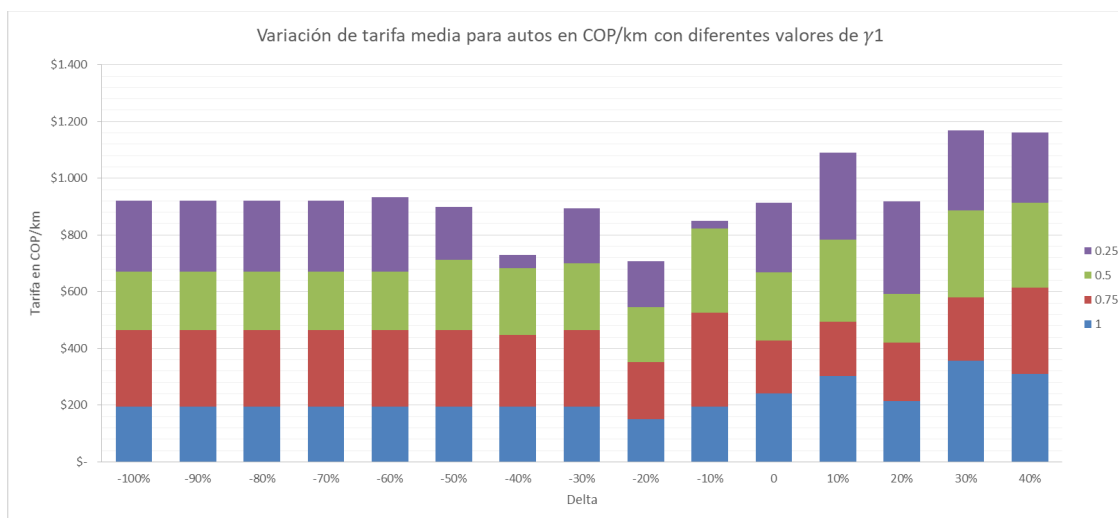


Ilustración 30 Variación de tarifa media para autos en COP/km bajo diferentes  $\gamma_1$

**Fuente:** Elaboración propia

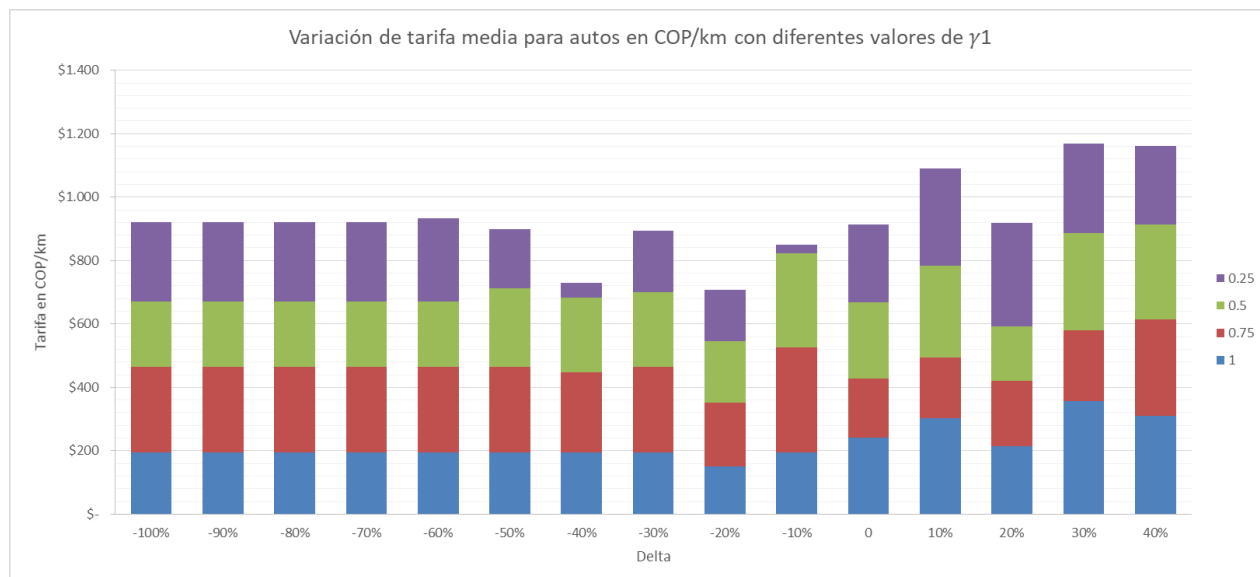


Ilustración 31 Variación de tarifa media para C2-C3 en COP/km bajo diferentes valores de  $\gamma_1$

**Fuente:** Elaboración propia

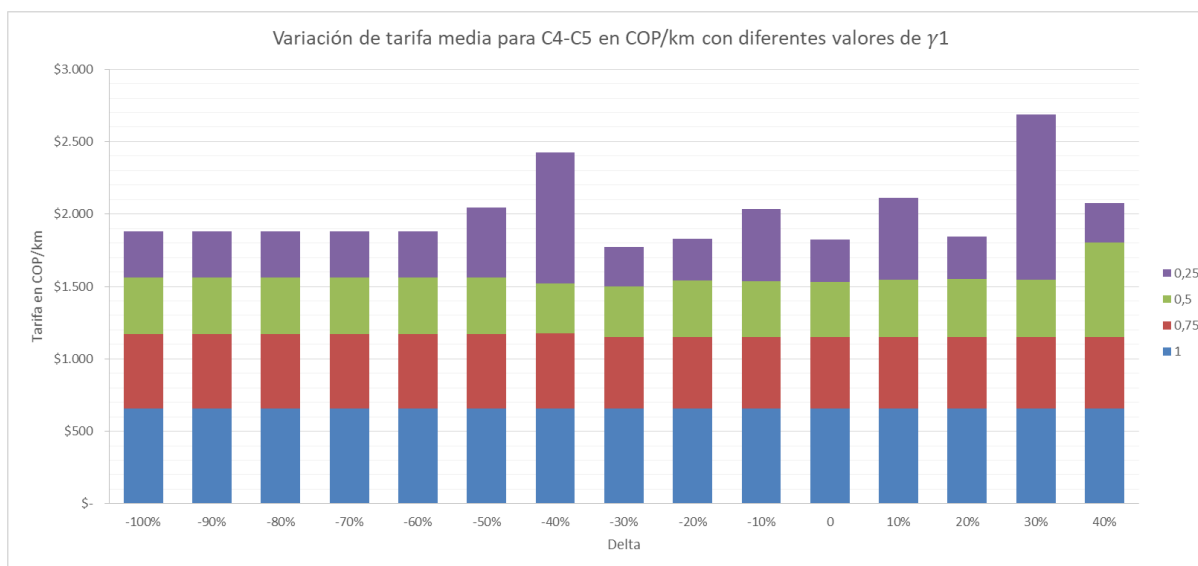


Ilustración 32 Variación de tarifa media para C4-C5 en COP/km bajo diferentes valores de  $\gamma_1$

**Fuente:** Elaboración propia

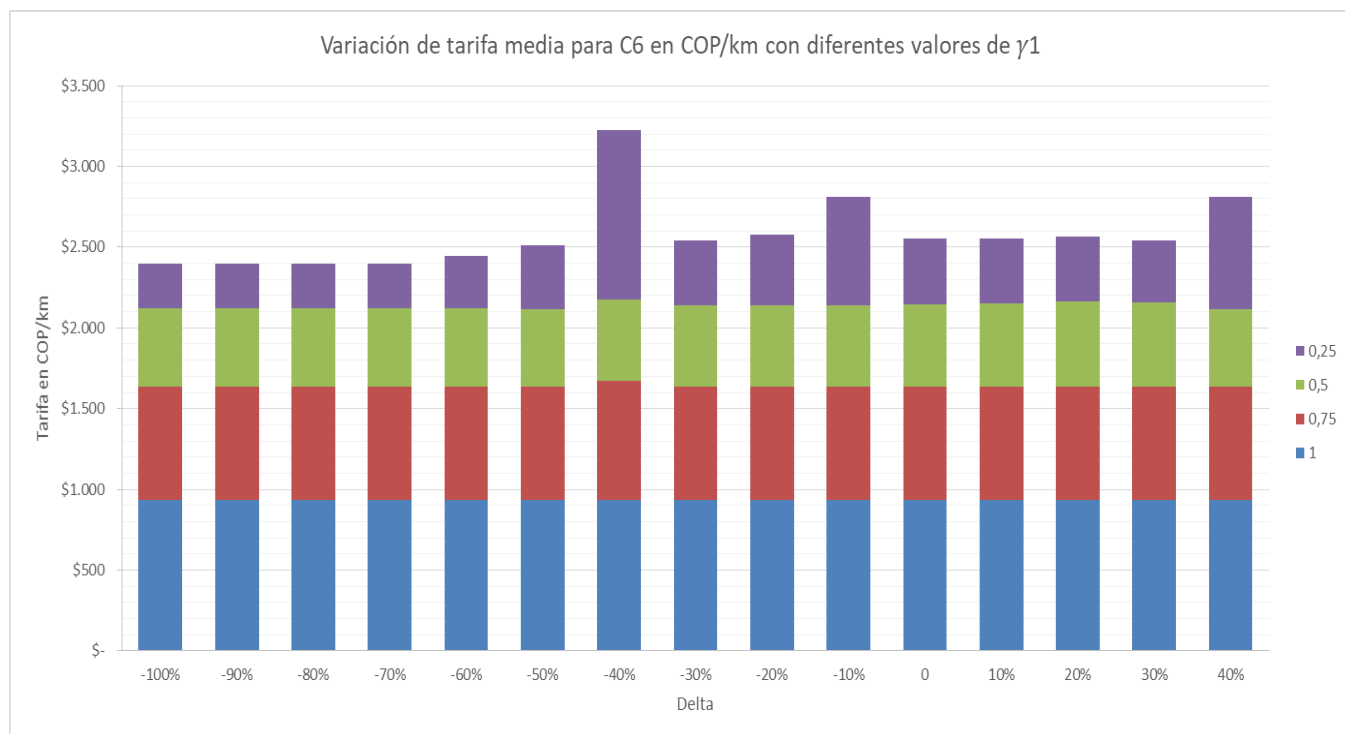


Ilustración 33 Variación de tarifa media para C6 en COP/km bajo diferentes valores de  $\gamma_1$

**Fuente:** Elaboración propia

Las tarifas para automóviles son más bajas cuando  $\gamma_1$  es más pequeño. Los autos livianos tienen un daño sobre el pavimento prácticamente nulo, por lo cual la tarifa mínima es pequeña, lo cual se ve reflejado en las bajas tarifas en las que incurren los usuarios cuando  $\gamma_1 = 0,25$ . Adicionalmente, los vehículos tipo C2-C3 tienen un crecimiento substancial en sus tarifas medias respecto a la política de financiamiento, incrementando considerablemente sus tarifas medias bajo cualquier  $\gamma_1$ . Por otra parte, los camiones de mayores denominaciones C4-C5 y C6, tienen tarifas medias más altas y que se mantienen constantes prácticamente bajo cualquier política de financiamiento cuando  $0,5 \leq \gamma_1 \leq 1$ .

Es importante indicar que cuando  $\gamma_1 = 1$  el sistema de tarificación debe por lo menos recuperar los costos externos generados por los efectos de la congestión, daño al pavimento y daños ambientales. Por tanto, al cargar la estructura de costos de los usuarios con estas externalidades el equilibrio del sistema se desplaza hacia el óptimo social (Call & Holahan, 1983) (Fernández, 1997). Teniendo esto en cuenta en el presente estudio se elaboraron 2 análisis estadísticos de las tarifas medias obtenidas en las simulaciones, la primera de ellas considerando  $\gamma_1 = 1$ , debido a que es la situación más cercana al óptimo social, y una segunda considerando el valor promedio de todas las simulaciones usando  $0,25 \leq \gamma_1 \leq 1$ . Los rangos de tarifas óptimas se presentan a continuación:

Tabla 12 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento y  $\gamma_1 = 1$ 

Política de financiamiento	Estadística	Autos	C2-C3	C4-C5	C6
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$ 184	\$ 424	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 242	\$ 646	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 286	\$ 756	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 44,76	\$ 153,69	\$ -	\$ -
Financiamiento completo del estado $\delta= -1$	Min	\$ 175	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 195	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 212	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 15,23	\$ -	\$ -	\$ -
Financiamiento parcial. $-1 < \delta < 0$	Min	\$ 138	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 190	\$ 437	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 230	\$ 622	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 14,65	\$ 54,59	\$ -	\$ -
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$ 171	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 297	\$ 880	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 599	\$ 1.253	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 121	\$ 280	\$ -	\$ -

Fuente: Elaboración propia. Tarifas en COP/km.

Tabla 13 Resumen de estadísticas de tarifas promedio bajo diferentes políticas de financiamiento con promedio de  $\gamma_1$ 

Política de financiamiento	Estadística	Autos	C2-C3	C4-C5	C6
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$ 65	\$ 424	\$ 289	\$ 240
	$\mu$	\$ 229	\$ 952	\$ 456	\$ 639
	Max	\$ 415	\$ 1.258	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 29,00	\$ 229,53	\$ 159,51	\$ 232,80
Financiamiento completo del estado $\delta= -1$	Min	\$ 175	\$ 115	\$ 171	\$ 235
	$\mu$	\$ 230	\$ 267	\$ 470	\$ 599
	Max	\$ 290	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 35,49	\$ 119,42	\$ 149,62	\$ 284,08
Financiamiento parcial. $-1 < \delta < 0$	Min	\$ 28	\$ 115	\$ 166	\$ 234
	$\mu$	\$ 216	\$ 411	\$ 490	\$ 647
	Max	\$ 401	\$ 1.018	\$ 1.571	\$ 1.217
	$\sigma$	\$ 59,35	\$ 196,59	\$ 146,94	\$ 230,04
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$ 51	\$ 410	\$ 165	\$ 234
	$\mu$	\$ 281	\$ 1.077	\$ 555	\$ 726
	Max	\$ 604	\$ 1.258	\$ 1.631	\$ 2.060
	$\sigma$	\$ 87	\$ 346	\$ 194	\$ 249

Fuente: Elaboración propia. Tarifas en COP/km.

Los resultados permiten evidenciar que las tarifas optimas con  $\gamma_1 = 1$  son ligeramente mayores para camiones C4-C5 y C6 que en el caso de  $\gamma_{1 \text{ promedio}}$ , capturando los efectos marginales que tienen sobre la infraestructura y el medio ambiente; por otra parte, utilizando  $\gamma_{1 \text{ promedio}}$  el se puede evidenciar que hay un subsidio cruzado de los camiones tipo C2-C3 hacia los camiones C4-C5 y C6 en los escenarios en los que se exige que el sistema de tarificación genere ingresos o en su defecto sea capaz de financiar completamente la anualidad (proveniente de la financiación del capital más el mantenimiento). No obstante, cuando se considera financiamiento de la infraestructura con recursos del estado las tarifas son mucho más bajas especialmente para los vehículos pesados, capturando principalmente los daños marginales que estos tienen y adicionalmente no se presentan subsidios cruzados entre clases.

Para el caso de las tarifas optimas con  $\gamma_1 = 1$  se construyeron graficas con rangos de tarifa por política de financiamiento para autos y camiones C2-C3. Estas graficas presentan el valor mínimo, promedio y máximo de las tarifas optimas de peaje para cada política de financiamiento. Se hace claridad que debido a que las tarifas para camiones C4-C5 y C6 son constantes, las respectivas gráficas no se presentaron.

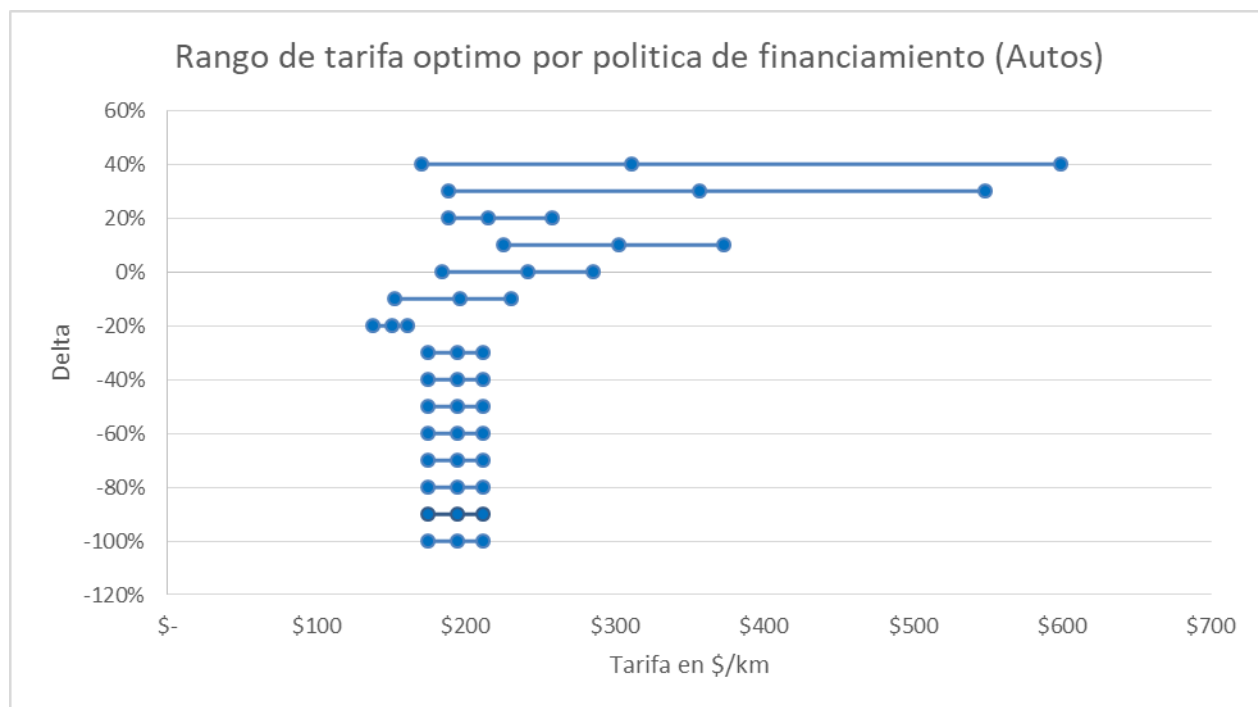


Ilustración 34 Rango de tarifa óptimo para autos en \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 1$

**Fuente:** Elaboración propia

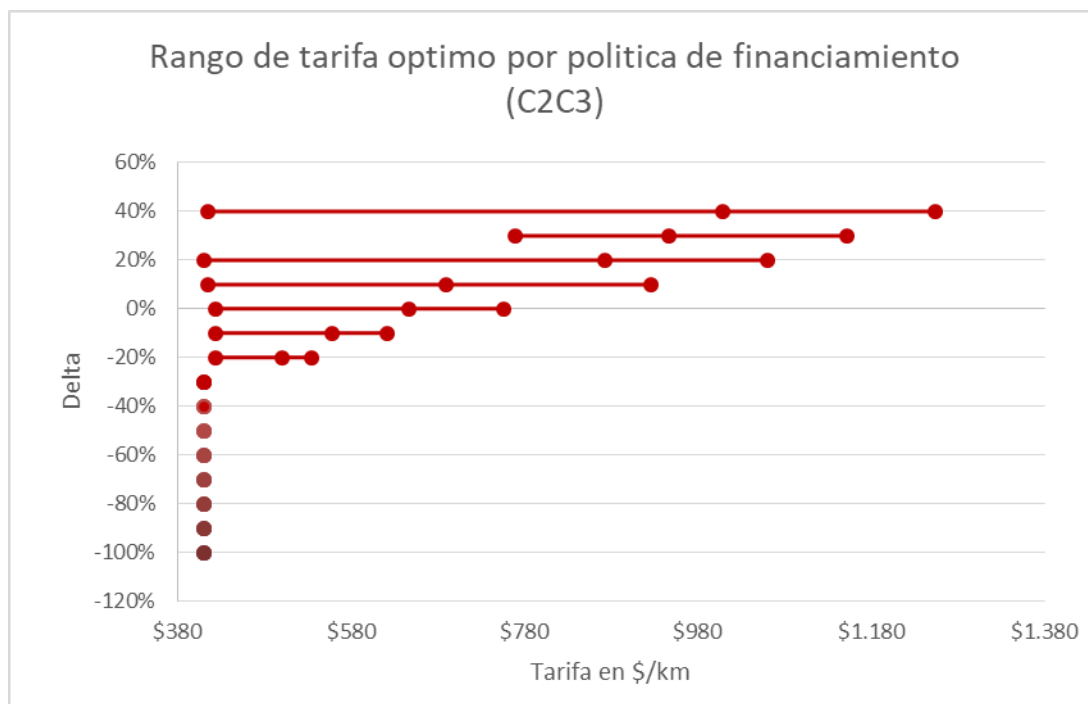


Ilustración 35 Rango de tarifa óptimo para C2-C3 en \$/km bajo diferentes políticas de financiamiento  $\gamma_1 = 1$

**Fuente:** Elaboración propia

Es claro que en el rango  $-1 \leq \delta \leq -0,3$ , el rango de tarifas tanto para C2-C3 como para autos se mantiene constante; sin embargo, las tarifas tienden a aumentar bajo políticas de financiamiento que contemplen generación de ingresos o auto-sostenibilidad, especialmente para los camiones C2-C3, los cuales tienen un rango más amplio que los autos.

Con la finalidad de realizar un análisis más general se estimaron las tarifas relativas respecto a la tarifa de los autos, el cual es el tipo de vehículo cuyo impacto marginal es menor, esencialmente por su bajo o nulo daño al pavimento y las pocas emisiones que genera su operación (respecto a la de un camión).

Tabla 14 Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau_{\mu m}/\tau_{\mu autos}$ ) con  $\gamma_1 = 1$

Política de financiamiento	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	2,11	3,38	4,80
$-1 < \delta < 0$	2,30	3,47	4,92
$\delta = 0$	2,67	2,72	3,87
$\delta > 0$	2,97	2,22	3,15

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 15 Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau_{\mu m}/\tau_{\mu autos}$ ) con promedio de  $\gamma_1$ 

Política de financiamiento	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	1,16	2,04	2,60
$-1 < \delta < 0$	1,90	2,27	3,00
$\delta = 0$	4,16	1,99	2,79
$\delta > 0$	3,83	1,97	2,58

Fuente: Elaboración propia

Existe una tendencia a que los camiones C2-C3 paguen en promedio por lo menos 2,53 veces más que un automóvil bajo cualquier política de financiamiento. Además, bajo políticas de financiamiento que requieren alta recolección de ingresos, por ejemplo ( $\delta > 0$ ), las tarifas de los camiones C2-C3 tienden a aumentar significativamente e incluso pueden tomar valores más altos que los camiones de mayores denominaciones (C4-C5 y C6). Esto puede explicarse si consideramos las diferencias entre los flujos vehiculares de cada tipo de vehículo y los parámetros de utilidad del ingreso y el tiempo para los camiones C2-C3.

Las tarifas relativas permiten identificar que en los casos donde el estado financia la infraestructura las tarifas de peaje para camiones C2-C3, C4-C5 y C6 son inferiores a aquellas cuando hay una restricción presupuestaria. Esta condición eleva las tarifas en promedio y genera la necesidad de implementar subsidios cruzados entre clases, de los vehículos tipo C2-C3 hacia los vehículos tipo C4-C5.

Los resultados de las simulaciones revelan que en promedio las políticas de financiamiento de infraestructura parcial ( $-1 < \delta < 0$ ) generan un bienestar social superior, mientras que aquellas que requieren generar ingresos ( $\delta > 0$ ) pueden desestimular la demanda vehicular y generar problemas distributivos en la implementación de tarifas, siendo estas las que reportan menores excedentes para los consumidores y niveles de bienestar social. A continuación, pueden visualizarse las estadísticas de las medidas de bienestar obtenidas en las simulaciones:

Tabla 16 Resumen de estadísticas de medidas de bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento con promedio de  $\gamma_1$ 

Política de financiamiento	Estadística	SW	CS	TR	OE
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$ 159.817.494	\$ 98.034.633	\$ 97.682.700	\$ 56.945.627
	$\mu$	\$ 160.277.620	\$ 109.215.177	\$ 108.032.438	\$ 56.969.994



Política de financiamiento	Estadística	SW	CS	TR	OE
Financiamiento completo del estado $\delta = -1$	Max	\$ 160.696.471	\$ 119.993.456	\$ 118.767.300	\$ 56.984.439
	$\sigma$	\$ 371.280	\$ 11.277.834	\$ 11.047.396	\$ 17.286
	Min	\$ 160.977.034	\$ 147.972.208	\$ 35.544.400	\$ 56.922.155
	$\mu$	\$ 161.051.706	\$ 165.389.543	\$ 52.608.594	\$ 56.946.431
	Max	\$ 161.088.647	\$ 182.354.789	\$ 70.087.000	\$ 56.970.561
	$\sigma$	\$ 51.508,08	\$ 15.640.791	\$ 15.707.167	\$ 21.411
Financiamiento parcial. $-1 < \delta < 0$	Min	\$ 160.002.809	\$ 111.081.513	\$ 35.544.400	\$ 56.922.155
	$\mu$	\$ 160.944.384	\$ 153.270.643	\$ 64.630.958	\$ 56.957.217
	Max	\$ 161.088.647	\$ 182.354.789	\$ 106.127.850	\$ 56.979.499
	$\sigma$	\$ 239.870,51	\$ 17.455.962,13	\$ 17.346.156,34	\$ 16.947,48
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$ 155.884.027	\$ 80.838.082	\$ 106.136.100	\$ 56.931.269
	$\mu$	\$ 159.324.841	\$ 94.107.468	\$ 122.180.805	\$ 56.963.431
	Max	\$ 160.842.928	\$ 111.282.502	\$ 134.793.125	\$ 57.000.124
	$\sigma$	\$ 1.196.865	\$ 9.815.459	\$ 9.117.468	\$ 16.071

**Fuente:** Elaboración propia

Los resultados obtenidos de los escenarios de simulación que utilizan un  $\gamma_1$  igual a 1, es decir, la tarifa mínima es igual a la diferencia entre los costos sociales marginales y los costos medios percibidos, en el caso de la vía Sabanalarga-Baranoa, revelan que a medida de que aumenta el valor a financiar ( $\delta$  aumenta) hay una tendencia decreciente en el bienestar social total y el excedente de los consumidores.

Por otra parte, la recolección por tarifa aumenta para satisfacer la restricción de financiamiento, mientras que la externalidad total se mantiene prácticamente constante. Esto es consistente si se tiene en cuenta que las reducciones de los costos ambientales son mínimas o prácticamente nulas, debido a que las fluctuaciones en los tiempos de viaje son poco importantes principalmente por las bajas relaciones flujo-capacidad que existe en zonas rurales.

Es importante notar que bajo esta perspectiva ( $\gamma_1 = 1$ ) la recolección por tarifa siempre es mayor a la externalidad total, lo que indica que las externalidades se introducen en las estructuras de costos de los usuarios vía tarifa de peaje.

Ahora bien, teniendo en cuenta que las tarifas generan una redistribución en los flujos es importante analizar que sucede con la demanda vehicular. Debido a que los usuarios basan sus decisiones en las utilidades asociadas a cada uno de los periodos de viaje, los cambios en la tarifa generan nuevos equilibrios dependiendo de la política de financiamiento que se implemente. Por ejemplo, si asumimos un  $\delta = -0,2$  y  $\gamma_1 = 1$ , el cual es un escenario en el cual la tarifa mínima es

equivalente a la externalidad generada por el vehículo y el sistema de tarifas debe recolectar por lo menos el 80% de la anualidad mediante recursos provenientes de tarifas, es posible identificar que hay un desplazamiento de la demanda vehicular de los periodos con mayor flujo a aquellos con menor flujo; así mismo, las tarifas más altas se presentan en periodos con mayor demanda y fluctúan dependiendo del nivel de flujo vehicular. Esto es consistente con las modelaciones y experiencias encontradas en la literatura en la cual las tarifas se presentan como una herramienta para regular las externalidades, principalmente la congestión vehicular (Börjesson, Eliasson, & Hamilton, 2016) (Iseki & Li, 2013) (Samuel, 2007). A continuación, se presenta las tarifas por periodo para algunos escenarios interesantes; no obstante, es relevante indicar que el resultado con políticas de financiamiento  $-1 \leq \delta \leq -0,3$  es el mismo:

Tabla 17 Tarifa en COP/km por periodo por tipo de vehículo para el escenario  $\delta = -0,3$  y  $\gamma_1=1$  en la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR)

Periodo	Volumen/hora	Auto	C2-C3	C4-C5	C6
1	0-184	\$ 175	\$ 410	\$ 659	\$ 935
2	184-337	\$ 194	\$ 410	\$ 659	\$ 935
3	337-491	\$ 198	\$ 410	\$ 659	\$ 935
4	491-643	\$ 212	\$ 410	\$ 659	\$ 935
Promedio		\$ 195	\$ 410	\$ 659	\$ 935

**Fuente:** Elaboración propia

En el rango  $-1 \leq \delta \leq -0,3$  es posible identificar que los camiones únicamente deben asumir la externalidad que generan en la vía, sin embargo, los automóviles deben contribuir con tarifas un poco más altas cuando incrementan los flujos vehiculares. Otros escenarios en los cuales el sistema debe generar un nuevo equilibrio con una recolección por tarifa más alta implican que los camiones C2-C3 deban pagar tarifas superiores a únicamente su externalidad.

Tabla 18 Tarifa en COP/km por periodo por tipo de vehículo para el escenario  $\delta = -0,2$  y  $\gamma_1=1$  en la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR)

Periodo	Volumen/hora	Auto	C2-C3	C4-C5	C6
1	0-184	\$ 138	\$ 424	\$ 659	\$ 935
2	184-337	\$ 161	\$ 512	\$ 659	\$ 935
3	337-491	\$ 147	\$ 535	\$ 659	\$ 935
4	491-643	\$ 157	\$ 530	\$ 659	\$ 935
Promedio		\$ 151	\$ 500	\$ 659	\$ 935

**Fuente:** Elaboración propia

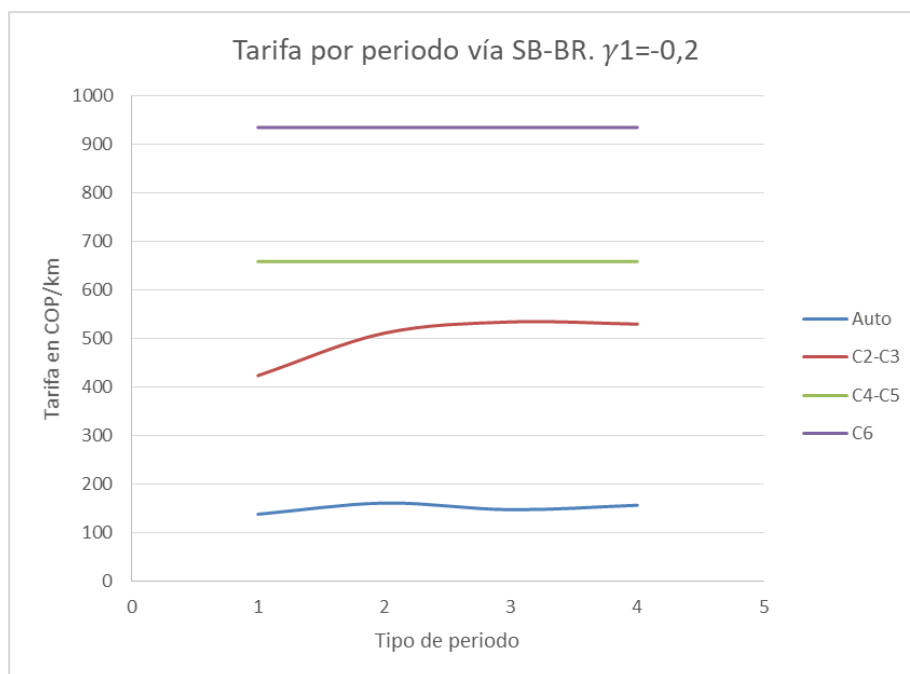


Ilustración 36 Tarifa en COP/km por periodo considerando  $\delta = -0,2$  y  $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.  
**Fuente:** Elaboración propia

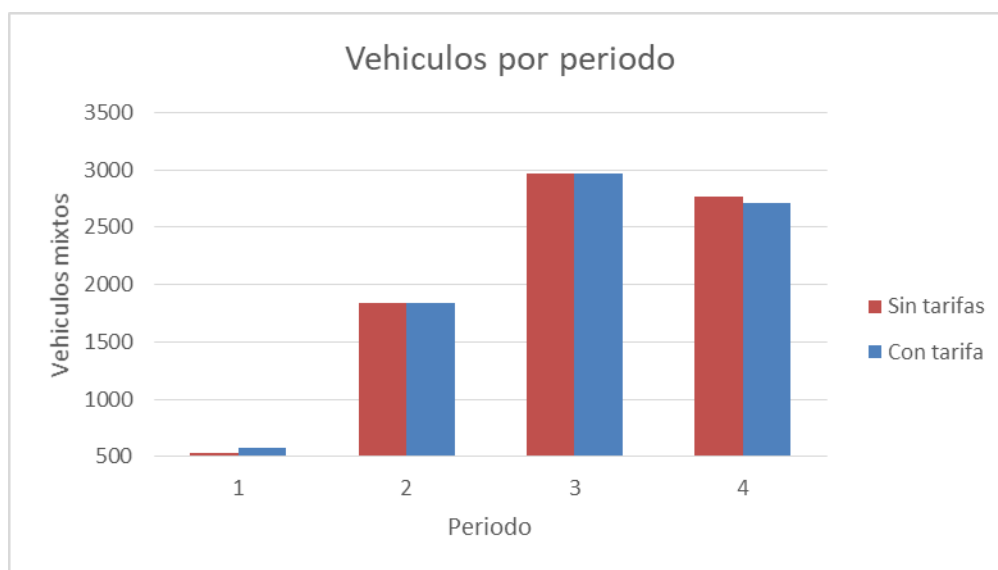


Ilustración 37 Volumen vehicular por periodo con y sin tarifa considerando  $\delta = -0,2$  y  $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.  
**Fuente:** Elaboración propia

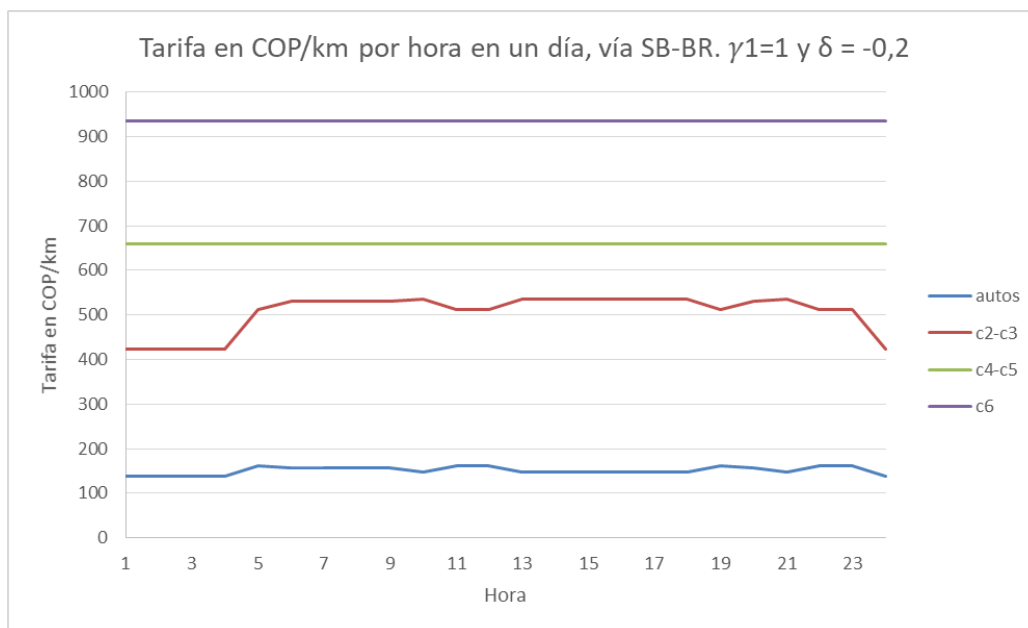


Ilustración 38 Tarifa en COP/km por hora considerando  $\delta = -0,2$  y  $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.

**Fuente:** Elaboración propia

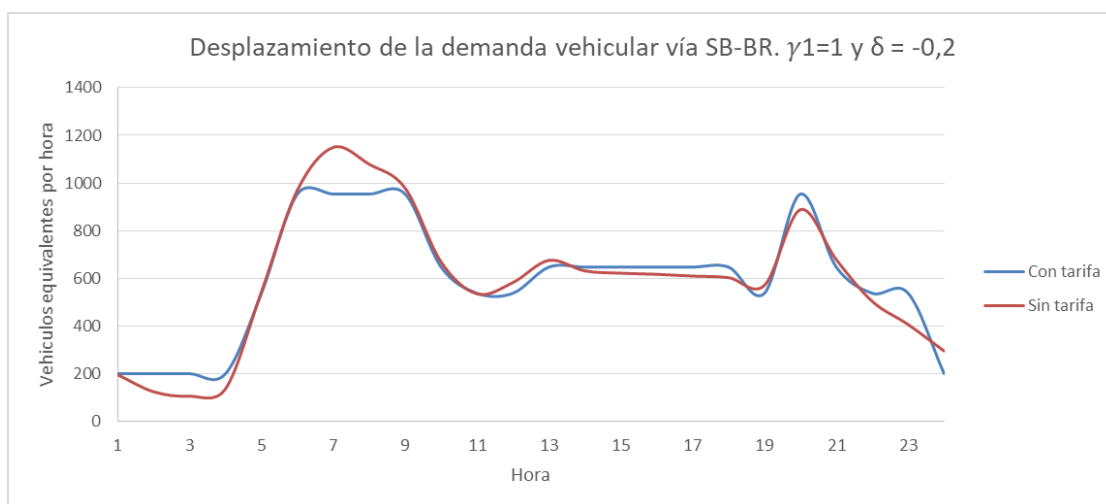


Ilustración 39 Desplazamiento de la demanda considerando  $\delta = 0$  y  $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR

**Fuente:** Elaboración propia

Existe un evidente desplazamiento de la demanda hacia periodos con flujos más bajos los cuales corresponden a periodos con menores tarifas. Es importante tener en cuenta que si bien el periodo 4 es aquel con mayores volúmenes por hora el periodo preferido por los usuarios es el periodo 3, debido a que este es el que más se repite en el día, por lo cual en el agregado es el tipo de periodo en el que más vehículos circulan. Esta preferencia puede reflejar indirectamente que los usuarios prefieren viajar en periodos con menores tiempos de viaje o bien en aquellos que impliquen la

menor cantidad de costos operativos. A continuación, se presenta las tarifas por periodo por tipo de vehículo resultantes para el escenario  $\delta = 0$  y  $\gamma_1 = 1$ :

Tabla 19 Tarifa en COP/km por periodo por tipo de vehículo para el escenario  $\delta = 0$  y  $\gamma_1 = 1$  en la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR)

Periodo	Volumen/hora	Auto		C2-C3		C4-C5		C6	
1	0-184	\$	184	\$	424	\$	659	\$	935
2	184-337	\$	230	\$	664	\$	659	\$	935
3	337-491	\$	286	\$	742	\$	659	\$	935
4	491-643	\$	267	\$	756	\$	659	\$	935
Promedio		\$	242	\$	646	\$	659	\$	935

**Fuente:** Elaboración propia

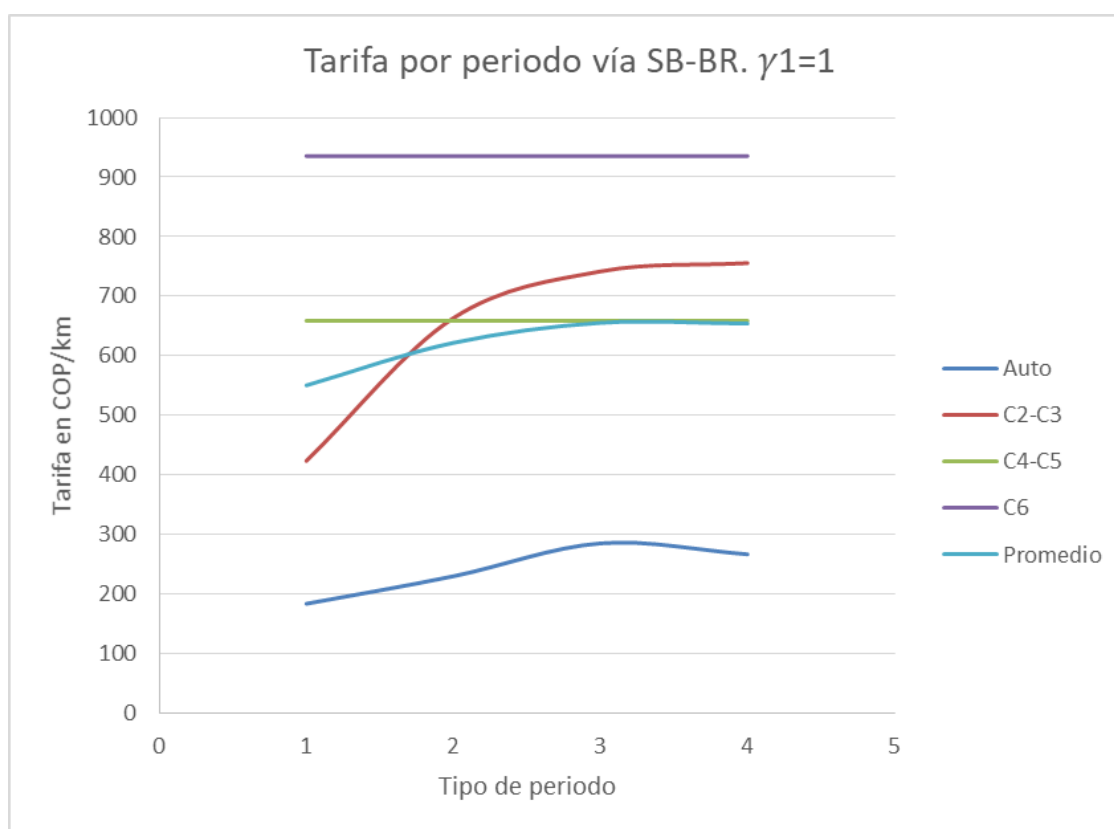


Ilustración 40 Tarifa en COP/km por periodo considerando  $\delta = 0$  y  $\gamma_1 = 1$ . Vía SB-BR.

**Fuente:** Elaboración propia

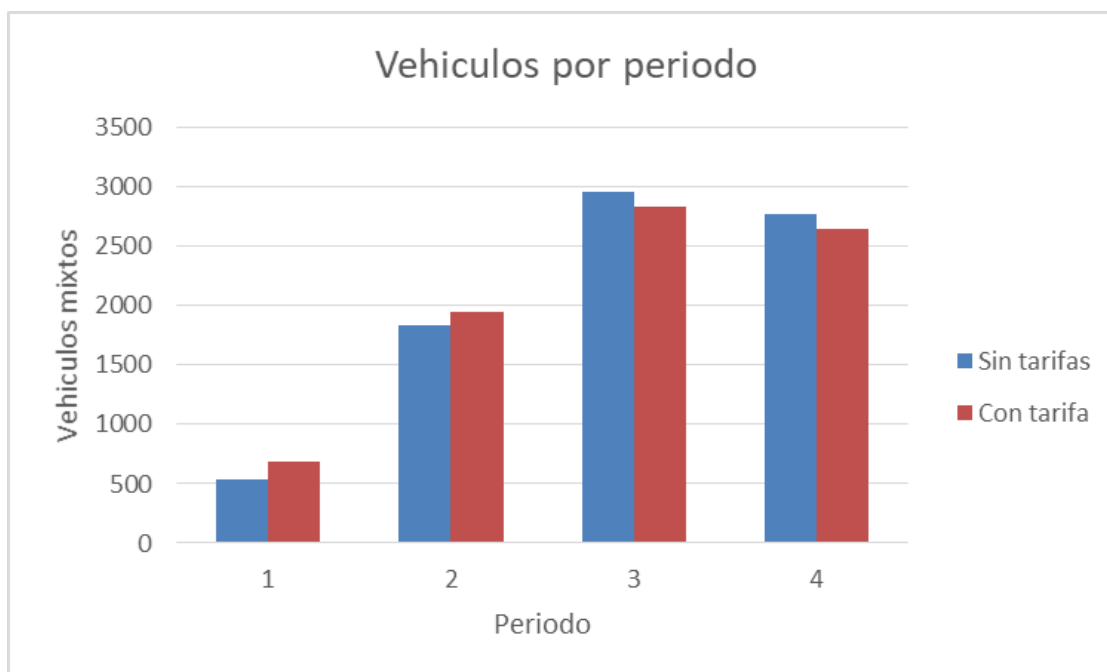


Ilustración 41 Volumen vehicular por periodo con y sin tarifa considerando  $\delta=0$  y  $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.  
**Fuente:** Elaboración propia

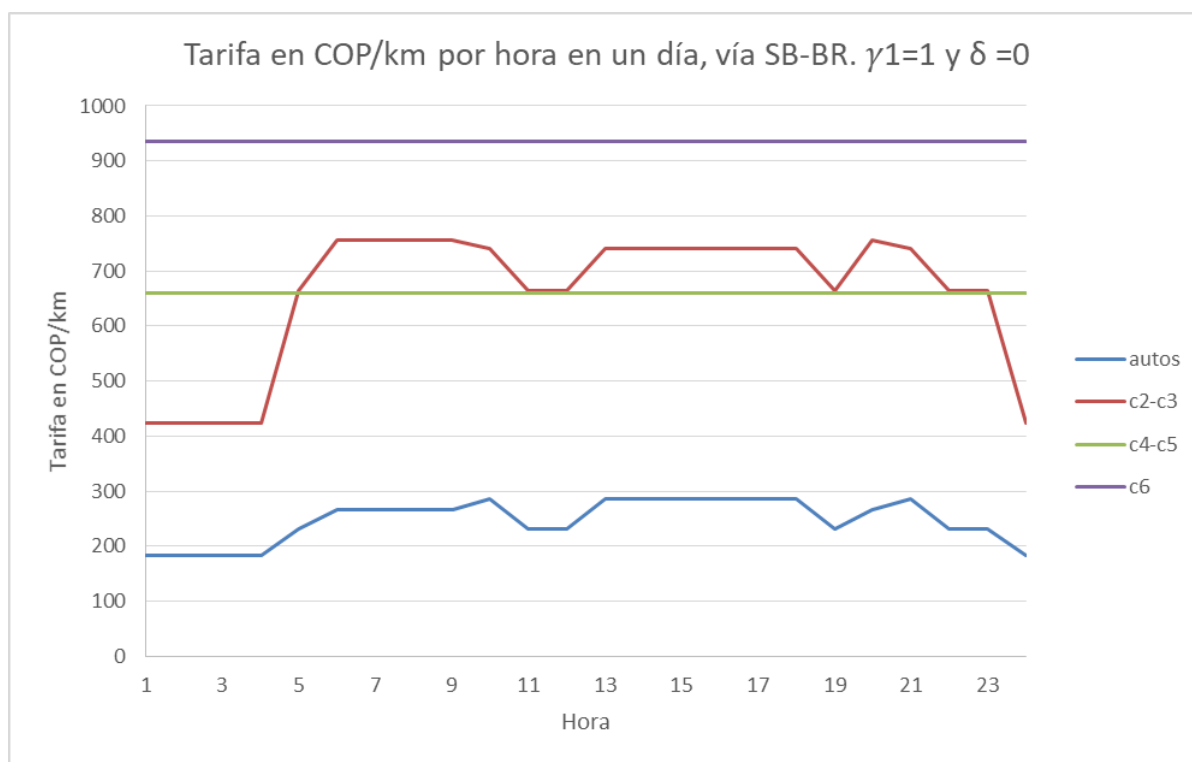


Ilustración 42 Tarifa en COP/km por hora considerando  $\delta=0$  y  $\gamma_1=1$ . Vía SB-BR.  
**Fuente:** Elaboración propia

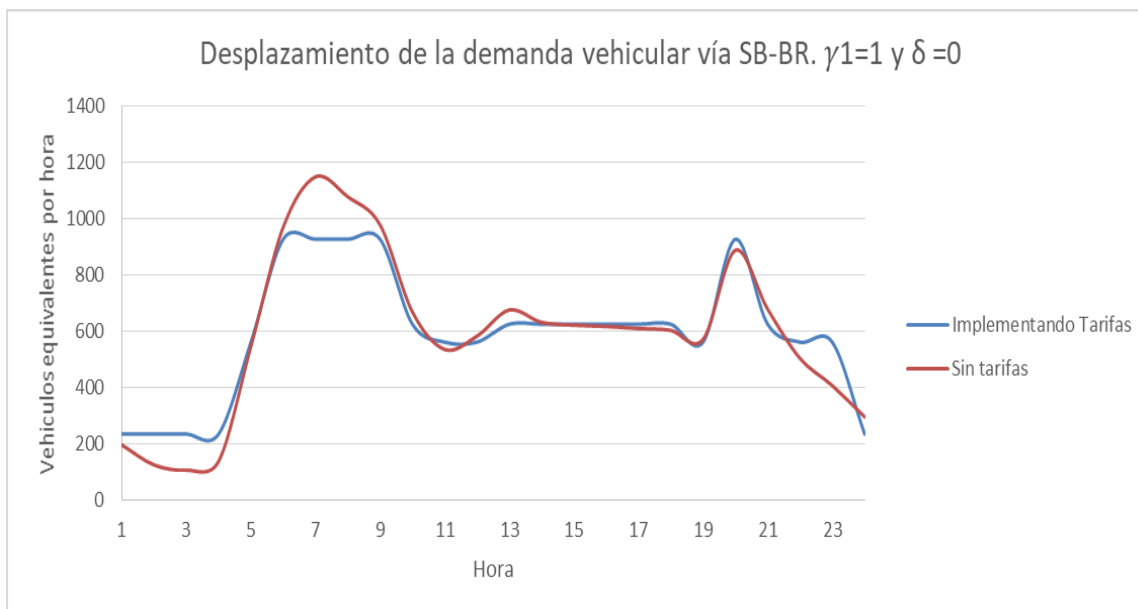


Ilustración 43 Desplazamiento de la demanda considerando  $\delta = 0$  y  $\gamma_1 = 1$ . Vía SB-BR.

**Fuente:** Elaboración propia

Similarmente en este caso se evidencia un desplazamiento de la demanda hacia periodos con tarifas un poco más bajas, permitiendo regular la congestión manteniendo relaciones flujo capacidad por debajo del 56.1%, con un promedio de 34.6%, diferente a la condición inicial sin tarifas en la cual la relación flujo capacidad podía llegar al 67.6%. Es importante tener en cuenta que estas condiciones de circulación son ideales, es decir, no se tiene en cuenta accidentes en la vía, distracciones o fenómenos externos que pueden generar cuellos de botella y en general demoras que aumenten las relaciones flujo-capacidad. Adicionalmente, hay un tiempo de atención asociado al cobro del peaje el cual ha sido excluido del análisis, no obstante, este podría representar un incremento en las demoras importante en los periodos pico.

Es importante tener en cuenta que bajo políticas de financiamiento en las que el sistema tarifario debe generar un alto nivel de ingresos se presentan subsidios cruzados entre clases en los periodos de alta demanda. Principalmente los camiones C2-C3 tienden a tener tarifas un poco más altas que aquellas en las que incurren los C4-C5 bajo políticas de financiamiento ( $\delta > 0$ ) y en periodos de alta demanda. Los primeros son el tipo de vehículo con más demanda (por lo que esta clase es la que genera la mayor externalidad) mientras que el C4-C5 es la clase con menor demanda. Es importante tener en cuenta que si bien los vehículos tipo C2-C3 tienen valoraciones del tiempo inferiores a los otros tipos de camión, posiblemente porque la carga que transportan es divisible y que no requieren logística especializada para las actividades de cargue y descargue, las diferencias en tiempos de viaje entre periodos en zonas rurales no muy importantes en magnitud si se mantienen condiciones de viaje ideales.

Por otra parte, si comparamos las reasignaciones de la demanda vehicular bajo las dos políticas de financiamiento anteriormente expuestas, encontramos que el incremento en  $\delta$  genera un aumento en las tarifas por km en periodos de alta demanda inicial, por ende, los vehículos se desplazan a periodos que reportan menos utilidad según sus preferencias pero les permite ahorrar dinero en tarifas. Esto puede visualizarse en la siguiente gráfica:

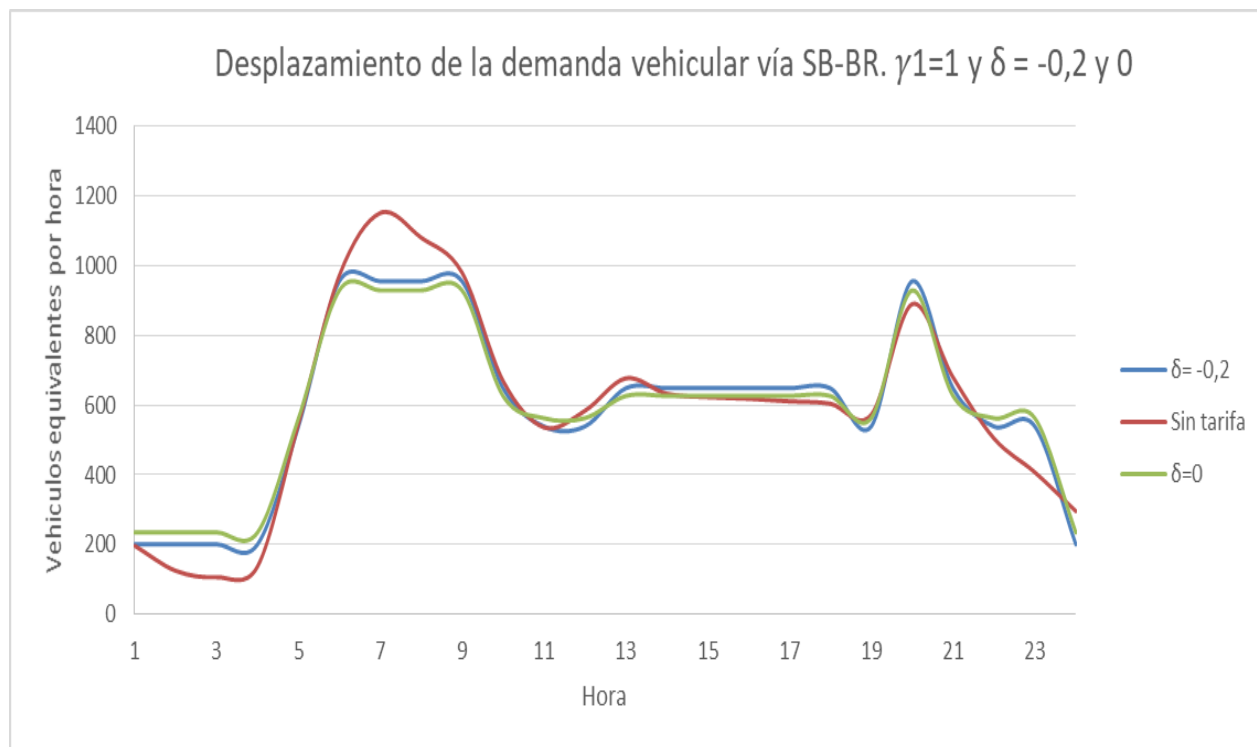


Ilustración 44 Comparación de las fluctuaciones en la demanda vehicular bajo distintas políticas de financiamiento  
Fuente: Elaboración propia

Claramente el periodo 24:00 a 5:00 es aquel que inicialmente (sin tarifas) es el menos atractivo para la realización de un viaje (constantes específicas menores), no obstante, el incremento en las tarifas a medida de que la política de financiamiento aumenta la necesidad de recolectar ingresos desplaza la demanda vehicular hacia periodos de menos preferidos, lo cual es evidente en los diferentes periodos del día.

## 6.2 Análisis de sensibilidad

### 6.2.1 Variación de la demanda: Relaciones flujo-capacidad

Con la finalidad de explorar la sensibilidad de las tarifas a las relaciones flujo capacidad se aumentó la demanda total en un 50% manteniendo las mismas preferencias de viaje y capacidad vial, por lo cual hay un incremento directo en las relaciones flujo-capacidad y en consecuencia se



esperaría un aumento en los tiempos de viaje por congestión vehicular. Se hace precisión que la vía utilizada para explorar la sensibilidad del modelo es la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR), previamente simulada y analizada en la sección 6.1. A continuación, se puede visualizar los cambios en las medidas de bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento y  $\gamma_1$ .

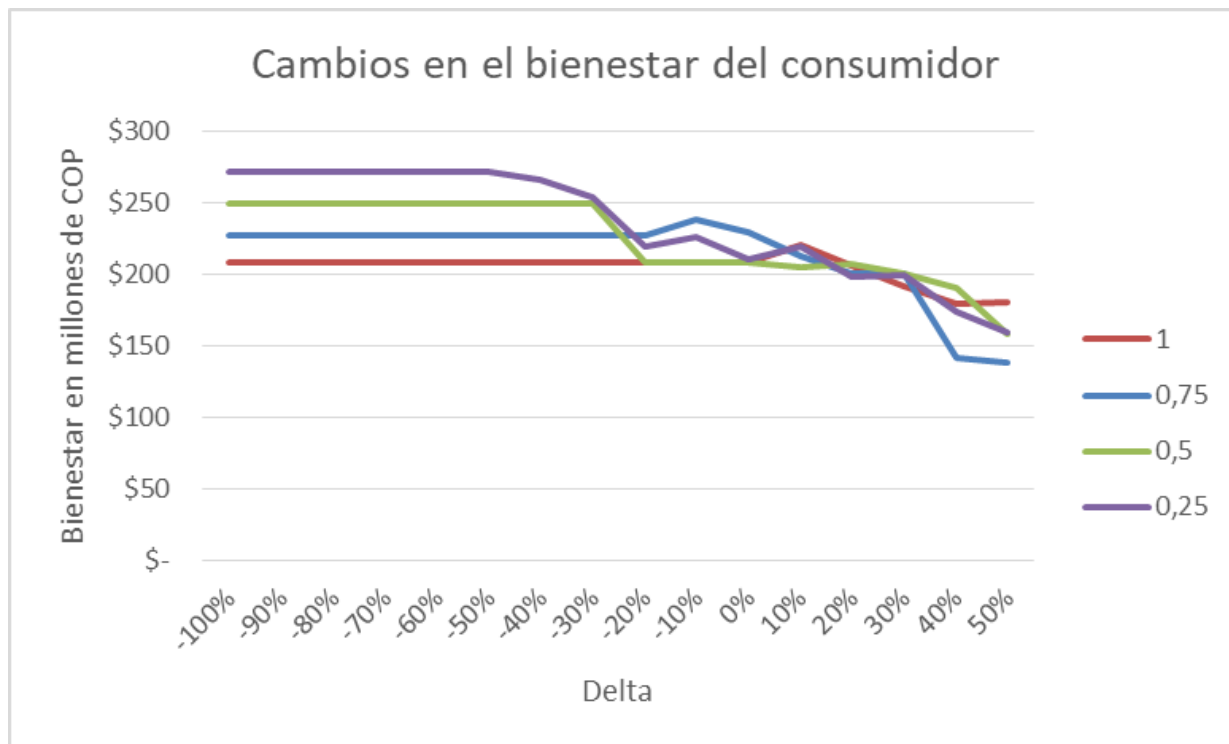


Ilustración 45 Cambios en el bienestar del consumidor con demanda aumentada 50% Vía Sabanalarga-Baranoa

**Fuente:** Elaboración propia

Cuando se considera  $\gamma_1 = 1$  y un aumento en la demanda vehicular de un 50% los resultados muestran que el sistema encuentra un equilibrio donde se maximiza el bienestar social y se cumple con la restricción presupuestaria bajo políticas de financiamiento  $-1 \leq \delta \leq 0$ .

Se encontró que esta es una solución única que maximiza el bienestar de los consumidores y el bienestar social, donde el usuario de auto tiene una tarifa promedio de \$ 273/km, seguido por los vehículos C2-C3 con tarifas de \$ 432/km, C4-C5 \$ 659/km y C6 \$ 935/km. Por otra parte, la tendencia de recolección por tarifa es creciente con el aumento de  $\delta$  y tiene una relación negativa con el bienestar del consumidor.

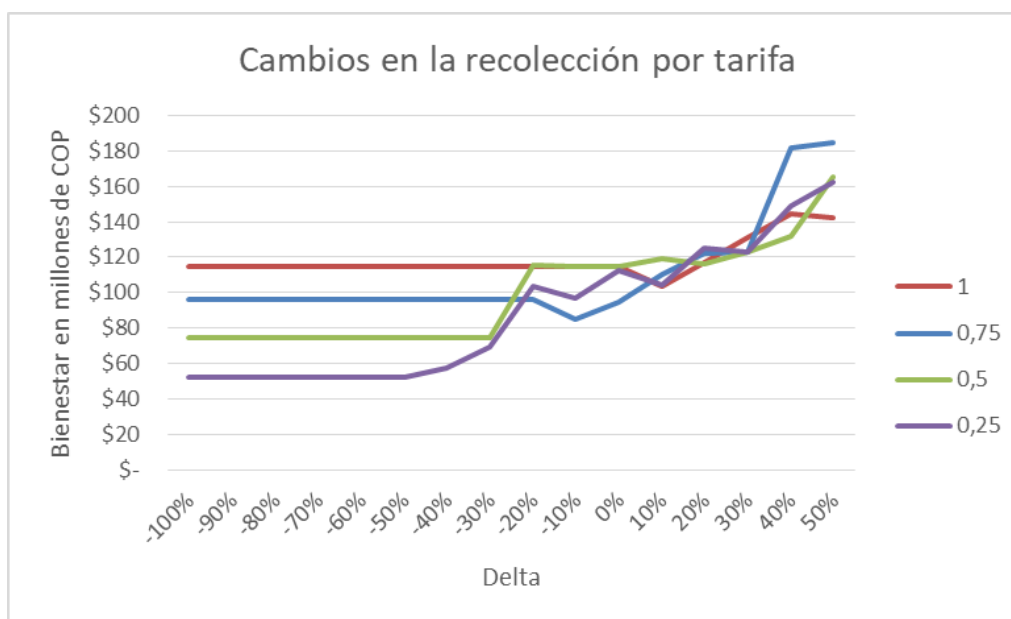


Ilustración 46 Cambios en el ingreso por tarifa con demanda aumentada 50% Vía SB-BR

Fuente: Elaboración propia

Análogamente a la sección 6.1 en las siguientes tablas se presentan los 2 análisis estadísticos de las tarifas medias obtenidas en las simulaciones, la primera de ellas considerando  $\gamma_1 = 1$ , y una segunda considerando el valor promedio de todas las simulaciones usando  $0,25 \leq \gamma_1 \leq 1$ .

Tabla 20 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, demanda aumentada 50% en la vía SB-BR y  $\gamma_1 = 1$

Política de financiamiento	Estadística	Autos	C2-C3	C4-C5	C6
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$ 258	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 273	\$ 432	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 286	\$ 475	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 17,54	\$ 42,05	\$ -	\$ -
Financiamiento completo del estado $\delta = -1$	Min	\$ 258	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 273	\$ 432	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 286	\$ 475	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 17,54	\$ 42,05	\$ -	\$ -
Financiamiento parcial. $-1 < \delta < 0$	Min	\$ 258	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 273	\$ 432	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 286	\$ 475	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 15,41	\$ 36,93	\$ -	\$ -
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$ 143	\$ 410	\$ 659	\$ 935
	$\mu$	\$ 266	\$ 489	\$ 659	\$ 935
	Max	\$ 369	\$ 724	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 99	\$ 137	\$ -	\$ -

Fuente: Elaboración propia

Tabla 21 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, demanda aumentada 50% en la vía Sabanalarga-Baranoa y  $\gamma_1$  promedio.

Política de financiamiento	Estadística	Autos	C2-C3	C4-C5	C6
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$ 184	\$ 308	\$ 189	\$ 235
	$\mu$	\$ 272	\$ 473	\$ 460	\$ 635
	Max	\$ 369	\$ 747	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 73,34	\$ 161,65	\$ 226,45	\$ 319,52
Financiamiento completo del estado $\delta= -1$	Min	\$ 244	\$ 106	\$ 171	\$ 240
	$\mu$	\$ 276	\$ 280	\$ 510	\$ 591
	Max	\$ 300	\$ 475	\$ 659	\$ 935
	$\sigma$	\$ 24,04	\$ 176,96	\$ 219,17	\$ 362,84
Financiamiento parcial. $-1<\delta< 0$	Min	\$ 161	\$ 106	\$ 171	\$ 234
	$\mu$	\$ 265	\$ 320	\$ 483	\$ 623
	Max	\$ 369	\$ 585	\$ 1.604	\$ 1.212
	$\sigma$	\$ 41,05	\$ 126,80	\$ 153,62	\$ 248,79
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$ 83	\$ 369	\$ 166	\$ 234
	$\mu$	\$ 232	\$ 634	\$ 477	\$ 639
	Max	\$ 369	\$ 1.175	\$ 1.276	\$ 935
	$\sigma$	\$ 55	\$ 172	\$ 135	\$ 208

**Fuente:** Elaboración propia

Bajo esta perspectiva el aumento de la demanda genera tarifas para los autos entre los 232 \$/km y 276 \$/km en promedio, para las diferentes políticas de financiamiento; mientras que para los camiones estos rangos de tarifa se mantuvieron prácticamente constantes en el caso del C2-C3 alrededor de los 500 \$/km.

Por otra parte, las tarifas medias para C4-C5 y C6 tienden a ser proporcionales con su impacto marginal, siendo las tarifas de C6 mayores que las de C4-C5; no obstante, estas tarifas son inferiores a las de C2-C3 únicamente cuando el sistema debe generar ingresos adicionales. Los rangos de tarifa óptima encontrados para autos y C2-C3 son los siguientes:

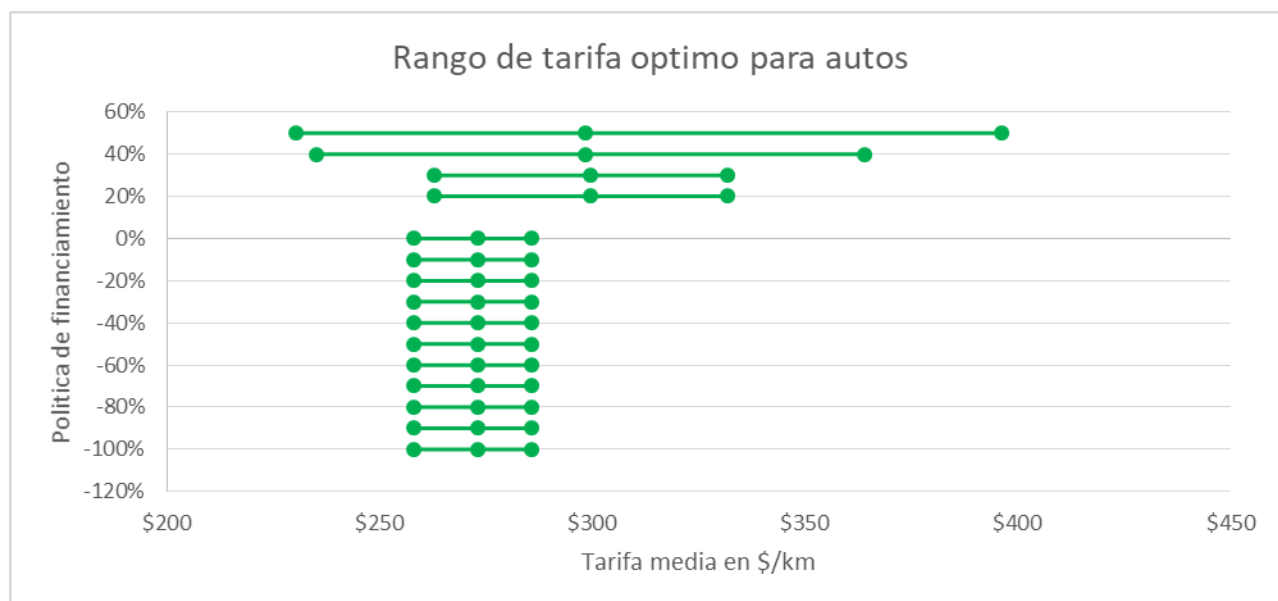


Ilustración 47 Rango de tarifa óptimo para autos. Demanda aumentada 50% Vía SB-BR.

**Fuente:** Elaboración propia

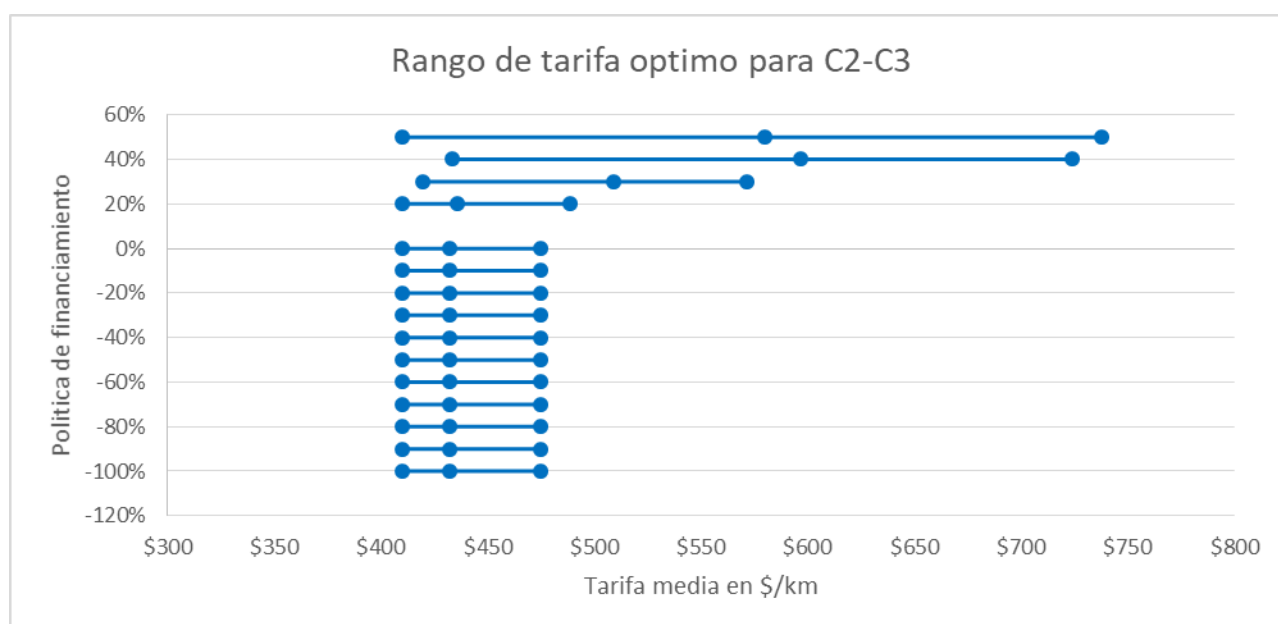


Ilustración 48 Rango de tarifa óptimo para C2-C3. Demanda aumentada 50% Vía SB-BR.

**Fuente:** Elaboración propia

Es importante tener en cuenta que la gran diferencia en los volúmenes vehiculares de camiones C2-C3 respecto a camiones C4-C5 y C6, hace que la primera categoría sea más susceptible a financiar mediante subsidios cruzados los impactos de los demás en escenarios donde el sistema no tarifica directamente la externalidad de cada vehículo, es decir,  $\gamma_1 \neq 1$ .

Tabla 22 Cambio en las tarifas medias respecto a tarifas de la vía SB-BR sin aumentar la demanda en un 50%,  $\gamma_1$  promedio

Cambio	Auto	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	19,9%	4,9%	8,6%	-1,3%
$-1 < \delta < 0$	22,8%	-22,1%	-1,4%	-3,7%
$\delta = 0$	19,0%	-50,3%	0,9%	-0,6%
$\delta > 0$	-17,5%	-41,2%	-14,0%	-12,0%
Promedio	11,1%	-27,2%	-1,5%	-4,4%
Desviación	19,1%	24,4%	9,4%	5,2%

**Fuente:** Elaboración propia

Es posible identificar que el incremento en las demandas vehiculares genera aumentos en las tarifas de los automóviles, con un crecimiento promedio del 11,1%, sin embargo, hay reducción importante en las tarifas de los camiones C2-C3 y en el escenario  $\delta > 0$ , en el cual todos tuvieron una reducción de sus respectivas tarifas. Es relevante tener en cuenta que los incrementos en los flujos vehiculares pueden incrementar los tiempos de viaje por fenómenos de congestión en periodos de tiempo con relaciones flujo-capacidad altas. Adicionalmente, el incremento en los volúmenes vehiculares de todo tipo de vehículos reduce la necesidad de implementar subsidios cruzados por lo que el sistema puede llegar a equilibrios con más bienestar con tarifas de peaje mejor distribuidas.

Ahora bien, en términos relativos con el automóvil las tarifas de peaje de los camiones son más bajas, especialmente las tarifas de C2-C3 con un promedio de reducción del 27,2%, seguido por los C6 que se reducen en un 4,4% y los C4-C5 que se reducen en un 1,5%. Uno de los resultados más relevantes es considerar que todo camión en promedio debe pagar por lo menos 2,51 veces lo que pagaría un automóvil ( $\gamma_1 = 1$ ) y 1,97 veces bajo otros valores de  $\gamma_1$ .

Esto se debe principalmente al incremento de la tarifa de peaje en los autos, no obstante, se mantiene que los vehículos pesados en promedio deben pagar por lo menos 2 veces lo que paga un automóvil, especialmente cuando debe generar ingresos ( $\delta > 0$ ), el cual es un escenario en el que se presentan las tarifas relativas más elevadas.

Tabla 23 Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau_{\mu m}/\tau_{\mu autos}$ ) con  $\gamma_1 = 1$

Política de financiamiento	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	1,58	2,41	3,43
$-1 < \delta < 0$	1,58	2,41	3,43
$\delta = 0$	1,58	2,41	3,43
$\delta > 0$	1,84	2,48	3,52

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 24 Tarifa media relativa respecto a los autos ( $\tau_{\mu m}/\tau_{\mu autos}$ ) con  $\gamma_1$  promedio

Política de financiamiento	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	1,01	1,85	2,14
$-1 < \delta < 0$	1,21	1,82	2,35
$\delta = 0$	1,74	1,69	2,33
$\delta > 0$	2,73	2,06	2,76

**Fuente:** Elaboración propiaTabla 25 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la demanda en un 50%,  $\gamma_1=1$ 

Política de financiamiento	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	-33%	-40%	-40%
$-1 < \delta < 0$	-45%	-44%	-44%
$\delta = 0$	-69%	-13%	-13%
$\delta > 0$	-61%	10%	10%
Promedio	-52%	-22%	-22%
Desviación	16%	25%	25%

**Fuente:** Elaboración propiaTabla 26 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la demanda en un 50%,  $\gamma_1$  promedio

Política de financiamiento	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	-14%	-10%	-21%
$-1 < \delta < 0$	-58%	-25%	-28%
$\delta = 0$	-140%	-18%	-20%
$\delta > 0$	-40%	4%	6%
Promedio	-63%	-12%	-16%
Desviación	54%	12%	15%

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 27 Resumen de medidas de bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento y  $\gamma_1$  promedio, vía SB-BR

Política de financiamiento	Estadística	SW	CS	TR	OE
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$ 238.006.277	\$ 209.007.533	\$ 94.295.050	\$ 85.401.849
	$\mu$	\$ 238.391.488	\$ 214.587.167	\$ 109.231.363	\$ 85.427.041
	Max	\$ 238.736.141	\$ 229.454.047	\$ 115.050.800	\$ 85.445.147
	$\sigma$	\$ 303.491	\$ 9.944.080	\$ 10.017.405	\$ 18.147
Financiamiento completo del estado $\delta= -1$	Min	\$ 238.575.257	\$ 209.115.525	\$ 52.361.600	\$ 85.395.809
	$\mu$	\$ 238.670.659	\$ 239.605.956	\$ 84.486.306	\$ 85.421.604
	Max	\$ 238.736.141	\$ 271.643.443	\$ 115.050.800	\$ 85.430.636
	$\sigma$	\$ 67.981,70	\$ 26.984.452,43	\$ 27.050.601,18	\$ 17.200,17
Financiamiento parcial. $-1<\delta< 0$	Min	\$ 237.992.090	\$ 208.526.724	\$ 52.361.600	\$ 85.395.809
	$\mu$	\$ 238.642.961	\$ 235.091.446	\$ 88.975.546	\$ 85.424.031
	Max	\$ 238.736.141	\$ 271.643.443	\$ 115.589.900	\$ 85.458.081
	$\sigma$	\$ 140.656,75	\$ 22.342.795,57	\$ 22.386.323,10	\$ 16.596,60
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$ 237.197.203	\$ 138.833.128	\$ 103.578.900	\$ 85.410.164
	$\mu$	\$ 238.163.467	\$ 190.528.251	\$ 133.069.433	\$ 85.434.218
	Max	\$ 238.669.235	\$ 220.510.602	\$ 184.709.100	\$ 85.451.660
	$\sigma$	\$ 50.778.116	\$ 23.876.979	\$ 23.641.800	\$ 11.294

Fuente: Elaboración propia

Tabla 28 Variaciones en las medidas de bienestar considerando un aumento en la demanda vehicular vía SB-BR

Delta	SW	CS	TR
$\delta= -1$	48,2%	44,9%	60,6%
$-1<\delta< 0$	48,3%	53,4%	37,7%
$\delta=0$	48,7%	96,5%	1,1%
$\delta > 0$	49,5%	102,5%	8,9%

Fuente: Elaboración propia

En términos de bienestar el aumento en la demanda vehicular generó aumentos importantes en el bienestar social agregado, a pesar del incremento en las externalidades. Los resultados muestran incrementos de la recolección por tarifa en cada uno de los casos, así como el bienestar del consumidor. La circulación de más usuarios en la vía permite cumplir con la restricción presupuestaria y optimizar el sistema con tarifas más balanceadas y no tan altas como sucedía con los vehículos C2-C3 cuando se requería generar ingresos, por lo que los usuarios no deben sacrificar su bienestar demasiado.

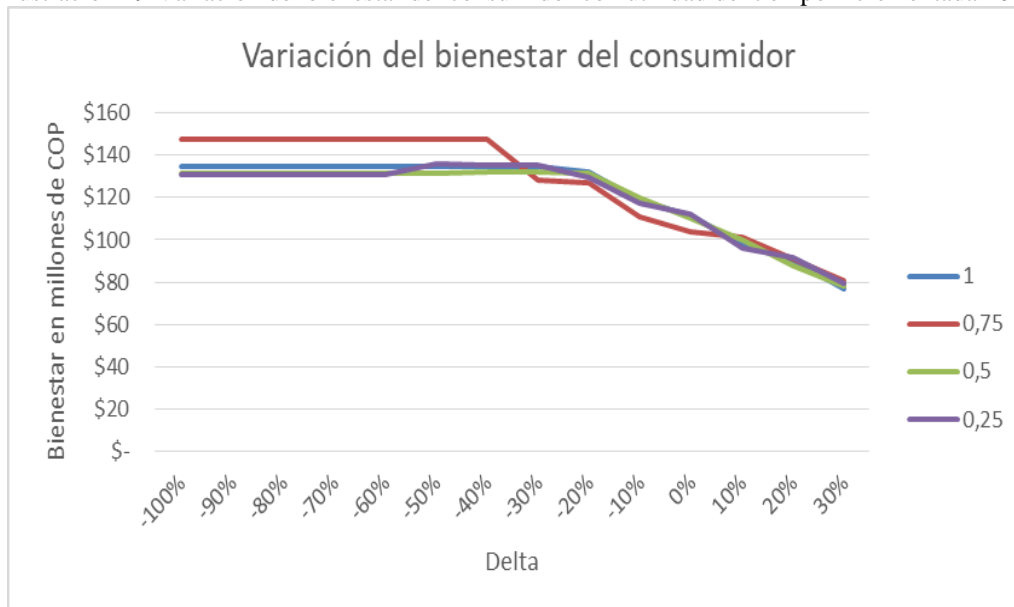
### 6.2.2 Variación de la utilidad del tiempo

Con la finalidad de explorar la sensibilidad de las tarifas a los cambios en la utilidad del tiempo y el valor subjetivo del tiempo, se incrementó la utilidad del tiempo en un 20%, manteniendo las

mismas preferencias de viaje y utilidad del ingreso, por lo cual hay un incremento directo en las utilidades derivadas del ahorro de tiempo y en consecuencia se esperaría una reducción en los tiempos de viaje.

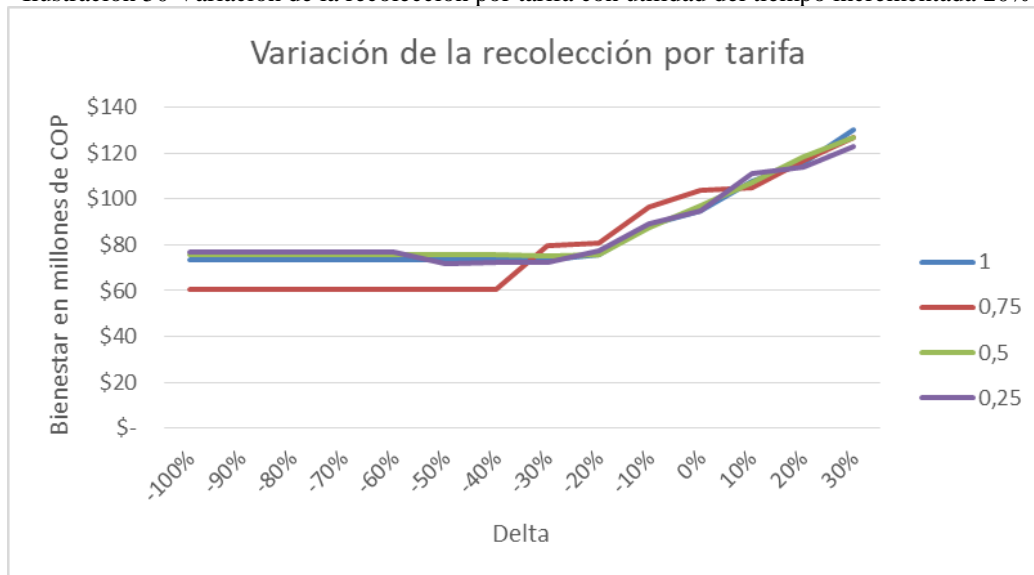
Se hace precisión que la vía utilizada para explorar la sensibilidad del modelo es la vía Sabanalarga-Baranoa (SB-BR), previamente simulada y analizada en la sección 6.1. A continuación, se puede visualizar los cambios en las medidas de bienestar bajo diferentes políticas de financiamiento y  $\gamma_1$ .

Ilustración 49 Variación del bienestar del consumidor con utilidad del tiempo incrementada 20%



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 50 Variación de la recolección por tarifa con utilidad del tiempo incrementada 20%



Fuente: Elaboración propia



Tabla 29 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, utilidad del tiempo aumentada en 20% en la vía Sabanalarga-Baranoa y  $\gamma_1 = 1$ .

Política de financiamiento	Estadística	Autos		C2-C3		C4-C5		C6
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$	138	\$	438	\$	659	\$ 940
	$\mu$	\$	297	\$	638	\$	659	\$ 940
	Max	\$	516	\$	839	\$	659	\$ 940
	$\sigma$	\$	160	\$	167	\$	-	\$ -
Financiamiento completo del estado $\delta = -1$	Min	\$	221	\$	415	\$	659	\$ 940
	$\mu$	\$	240	\$	417	\$	668	\$ 940
	Max	\$	249	\$	424	\$	696	\$ 940
	$\sigma$	\$	12	\$	5	\$	18	\$ -
Financiamiento parcial. $-1 < \delta < 0$	Min	\$	171	\$	415	\$	659	\$ 940
	$\mu$	\$	244	\$	434	\$	669	\$ 940
	Max	\$	447	\$	631	\$	779	\$ 940
	$\sigma$	\$	39	\$	53	\$	24	\$ -
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$	129	\$	419	\$	659	\$ 940
	$\mu$	\$	253	\$	951	\$	659	\$ 940
	Max	\$	590	\$	1,253	\$	659	\$ 940
	$\sigma$	\$	131	\$	305	\$	-	\$ -

Fuente: Elaboración propia

Tabla 30 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento, utilidad del tiempo aumentada en 20% en la vía Sabanalarga-Baranoa y  $\gamma_1$  promedio.

Política de financiamiento	Estadística	Autos		C2-C3		C4-C5		C6
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$	60	\$	438	\$	329	\$ 235
	$\mu$	\$	214	\$	831	\$	591	\$ 645
	Max	\$	516	\$	1.235	\$	1.258	\$ 940
	$\sigma$	\$	124,34	\$	184,94	\$	239,45	\$ 224,69
Financiamiento completo del estado $\delta = -1$	Min	\$	171	\$	311	\$	198	\$ 235
	$\mu$	\$	249	\$	473	\$	491	\$ 639
	Max	\$	309	\$	659	\$	696	\$ 940
	$\sigma$	\$	39,44	\$	115,54	\$	157,16	\$ 223,51
Financiamiento parcial. $-1 < \delta < 0$	Min	\$	124	\$	311	\$	166	\$ 235
	$\mu$	\$	243	\$	513	\$	466	\$ 640
	Max	\$	447	\$	968	\$	779	\$ 940
	$\sigma$	\$	15,12	\$	130,19	\$	142,33	\$ 206,70
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$	106	\$	406	\$	165	\$ 235
	$\mu$	\$	237	\$	1.059	\$	530	\$ 711
	Max	\$	594	\$	1.258	\$	1.433	\$ 1.751
	$\sigma$	\$	73	\$	128	\$	117	\$ 208

Fuente: Elaboración propia

El rango de tarifas óptimas para los diferentes tipos de vehículos se presenta a continuación:

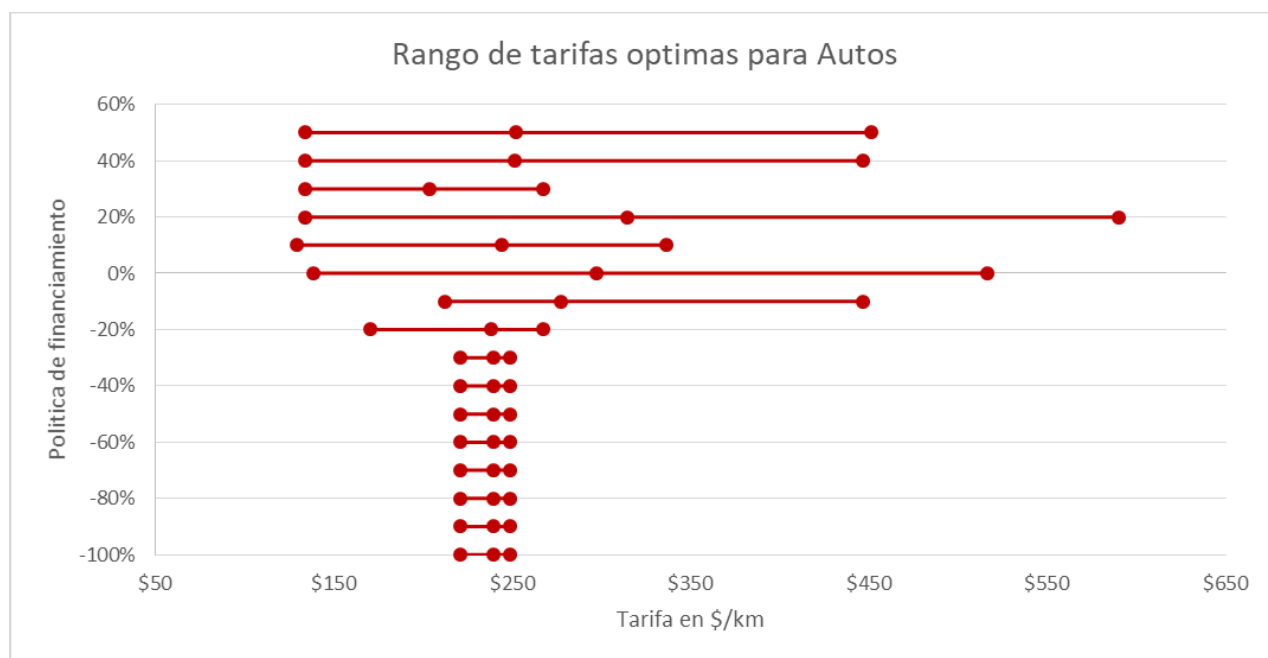


Ilustración 51 Rango de tarifas óptimas para autos

**Fuente:** Elaboración propia

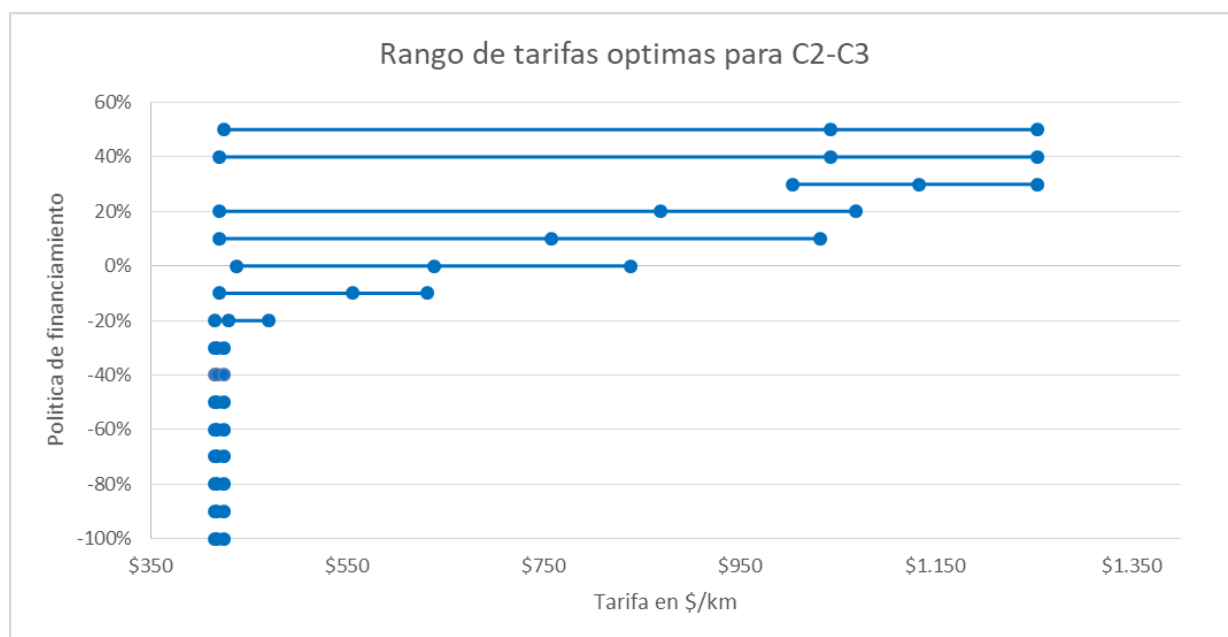


Ilustración 52 Rango de tarifas óptimas para C2-C3

**Fuente:** Elaboración propia

En cuanto a las tarifas relativas el aumento en la utilidad del tiempo genera una reducción generalizada de las tarifas, sin embargo, el más beneficiado es el usuario de camión C2-C3, el cual obtiene reducciones importantes en sus tarifas medias. Adicionalmente, es posible identificar que cuando aumenta la utilidad del tiempo para el usuario los escenarios  $\delta > 0$  explotan la mayor disposición a pagar de los usuarios, incrementando las tarifas desde un 15% hasta un 21%. En todo caso es importante decir que en promedio cualquier camión debe pagar 2,45 veces lo que pagaría un auto, lo cual es superior 0,08 veces superior que el escenario sin utilidad del tiempo aumentada.

Tabla 31 Tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%,  $\gamma_1=1$

Delta	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	1,74	2,79	3,92
$-1 < \delta < 0$	1,78	2,75	3,86
$\delta = 0$	2,15	2,22	3,16
$\delta > 0$	3,75	2,60	3,71

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 32 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%,  $\gamma_1=1$

Cambio	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	-21%	-21%	-22%
$-1 < \delta < 0$	-29%	-26%	-28%
$\delta = 0$	-24%	-23%	-22%
$\delta > 0$	21%	15%	15%
Promedio	-13%	-14%	-14%
Desviación	23%	19%	20%

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 33 Tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%,  $\gamma_1$  promedio

Delta	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	1,71	1,78	2,32
$-1 < \delta < 0$	1,93	1,76	2,41
$\delta = 0$	3,05	2,17	2,37
$\delta > 0$	4,57	2,29	3,07

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 34 Cambio en las tarifas relativas respecto a autos vía SB-BR al aumentar la utilidad del tiempo en un 20%,  $\gamma_1$  promedio

Cambio	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta = -1$	48%	-13%	-11%
$-1 < \delta < 0$	2%	-22%	-19%

Cambio	C2-C3	C4-C5	C6
$\delta=0$	-27%	9%	-15%
$\delta > 0$	19%	16%	19%
Promedio	10%	-3%	-7%
Desviación	31%	18%	17%

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 35 Resumen de estadísticas de tarifas bajo diferentes políticas de financiamiento y  $\gamma_1$  promedio, vía SB-BR. Utilidad del tiempo aumentada en un 20%.

Política de financiamiento	Estadística		SW		CS		TR		OE
Financiamiento total $\delta=0$	Min	\$	149.737.862	\$	103.543.857	\$	94.630.600	\$	56.945.908
	$\mu$	\$	150.043.044	\$	109.445.738	\$	97.569.488	\$	56.972.182
	Max	\$	150.183.963	\$	112.406.404	\$	103.605.900	\$	56.991.215
	$\sigma$	\$	207.210	\$	4.073.598	\$	4.188.114	\$	20.649
Financiamiento completo del estado $\delta= -1$	Min	\$	150.668.140	\$	130.731.925	\$	60.338.600	\$	56.936.507
	$\mu$	\$	150.830.621	\$	136.160.111	\$	71.617.163	\$	56.946.652
	Max	\$	150.952.622	\$	147.492.255	\$	76.893.300	\$	56.957.085
	$\sigma$	\$	120.046,07	\$	7.728.656,44	\$	7.672.509,49	\$	11.558,34
Financiamiento parcial. $-1 < \delta < 0$	Min	\$	149.476.247	\$	110.718.584	\$	60.338.600	\$	56.936.278
	$\mu$	\$	150.689.654	\$	133.189.455	\$	74.452.542	\$	56.952.342
	Max	\$	150.952.622	\$	147.492.255	\$	96.289.300	\$	56.976.830
	$\sigma$	\$	350.453,92	\$	8.475.583,51	\$	8.251.573,97	\$	13.519,98
Generación de ingresos. $\delta > 0$	Min	\$	145.067.696	\$	76.990.958	\$	104.928.525	\$	56.934.813
	$\mu$	\$	149.069.755	\$	89.270.178	\$	116.753.981	\$	56.954.404
	Max	\$	150.699.510	\$	101.531.736	\$	129.968.600	\$	56.971.161
	$\sigma$	\$	1.568.024	\$	8.729.247	\$	8.334.215	\$	10.356

**Fuente:** Elaboración propia

Tabla 36 Cambios en medidas de bienestar con utilidad del tiempo aumentada en un 20%.

Delta	SW	CS	TR
$\delta= -1$	-6,3%	-17,7%	36,1%
$-1 < \delta < 0$	-6,4%	-13,1%	15,2%
$\delta=0$	-6,4%	0,2%	-9,7%
$\delta > 0$	-6,4%	-5,1%	-4,4%

**Fuente:** Elaboración propia

En general los incrementos en la utilidad del tiempo reportan reducciones en el bienestar social agregado promedio, bienestar del consumidor y recolección por tarifa (excepto cuando  $\delta < 0$ ). Teniendo esto en cuenta la política de financiamiento que mayores beneficios promedio reporta es cuando se genera un financiamiento completo con recursos del estado (los vehículos únicamente cubren las externalidades), aunque soluciones con financiamiento parcial pueden ser muy cercanas.

### **6.3 Políticas de financiamiento**

Los resultados de las simulaciones revelan que existe una relación negativa entre el bienestar social total y la política de financiamiento (delta), debido a que el sistema obliga a que haya una transferencia de beneficios y una posterior internalización de los costos sociales vía tarifa de peaje, lo cual implica que el nuevo equilibrio (que se acerca al óptimo social) conlleva una pérdida de eficiencia del mercado. Adicionalmente, las transferencias de beneficios de consumidores a productores (concesionario o estado) pueden desincentivar el uso de la infraestructura vial, lo que conlleva a una contracción de la demanda y una posible necesidad de aumentar las tarifas promedio para compensar las pérdidas económicas, lo cual se puede convertir en un ciclo.

Por otra parte, las fluctuaciones del valor del tiempo para los usuarios pueden generar cambios en las tarifas que a su vez dependen de la restricción presupuestaria, por lo cual políticas de financiamiento que impliquen altos valores de recolección de tarifa dependerán de que tanto valoren el tiempo los usuarios que transiten por la vía. Así mismo, la densidad que tenga la red es fundamental para instaurar la política de financiamiento, debido a que en una red rural donde las alternativas de sustitución son pocas o nulas podría esperarse que la demanda sea relativamente inelástica, obligando al usuario a tomar la vía con tarifa, lo que posibilitaría (dependiendo de las condiciones socioeconómicas de la zona) implementar una política con alta participación del usuario ( $\delta > -0,3$  por ejemplo)

Ahora bien, en cuanto a la implementación de los sistemas de tarifas es cierto que existen dificultades en términos de aceptación pública, no obstante es claro que estos esquemas son herramientas eficientes que posibilitan acceder a un activo que no podría obtenerse si no se usan tarifas. La aceptabilidad política aparece como el principal protagonista en la exitosa inserción de sistemas de tarifas (Börjesson, Eliasson, & Hamilton, 2016), lo cual implica que ciertas reformas a nivel institucional son necesarias junto con la inclusión de la ciudadanía en los procesos de crecimiento de las zonas rurales e interurbanas.

Aunque los beneficios estimados en el presente estudio muestran efectos positivos por la implementación de tarifas (debido a que es posible financiar nueva infraestructura), hay efectos positivos no incluidos en el beneficio como la valoración del nuevo activo para la sociedad, mejoras en calidad de vida por accesos a mercados laborales, mercados de bienes y servicios, entre otros. No obstante, siendo consistentes con lo señalado por (Gu, Liu, Cheng, & Saberi, 2018) es necesario mejorar las campañas de socialización de este tipo de proyectos, en especial en el

conocimiento del público sobre los beneficios que puede traer en el mediano y largo plazo, de manera que los esquemas de tarificación sean reconocidos como herramientas útiles para generar crecimientos a nivel de infraestructura de transporte que sin la participación del usuario no sería posible. Por tanto, una de las mejoras a la gestión institucional de los administradores y promotores de proyectos financiados por tarifas de peaje debe ser instaurar canales de comunicación claros, campañas de socialización y charlas informativas sobre los potenciales beneficios que puede generar la infraestructura, con un acompañamiento de agencias de control estatal en la administración de los fondos recolectados. Ahora bien, también podría incluirse en la fase de redistribución de los fondos recolectados inversiones a medios de transporte público, intentando balancear los impactos distributivos de la tarifa y disminuir las disparidades en la sociedad.

A nivel financiero la expedición de bonos o TES como respaldo a los capitales de extranjeros pueden representar para el estado Colombiano inyecciones de recursos de manera que el peso de la financiación de los proyectos no recaiga demasiado en el usuario, ya que los resultados demuestran que a medida que el porcentaje financiado por el estado disminuye el bienestar del consumidor disminuye, junto con el bienestar total.

Considerando que los incrementos en la utilidad del tiempo pueden conllevar a reducciones en el bienestar social al implementar un sistema de tarificación es fundamental tener parámetros actualizados que permitan conocer las condiciones socioeconómicas de los usuarios de la vía. Por otra parte, y teniendo en cuenta los resultados obtenidos en este estudio es igualmente importante establecer estrategias que permitan mantener niveles de flujo vehicular altos (y en lo posible que crezcan) ya que aumentos en la demanda vehicular reportaron mejoras en el bienestar social.

Las políticas de financiamiento y gestión basadas en los resultados son:

- Mantener parámetros de la utilidad del tiempo y el ingreso actualizados para calibrar el modelo y determinar cuál es la alternativa que maximiza el bienestar social satisfaciendo las restricciones presupuestarias.
- En lo posible instaurar políticas de financiamiento parcial ( $\delta < 0$ ) y evitar la generación de ingresos, debido a que estos reportan beneficios del consumidor más bajos y que podrían desincentivar la demanda.

Las políticas de financiamiento y gestión propuestas basadas en la revisión de la literatura son:

- Mejorar el entendimiento de los usuarios de los beneficios a mediano y largo plazo.
- Integrar a las agencias locales y juntas de acción comunal en las fases de redistribución de recursos en busca de mejoras en incertidumbre.
- Estudiar la posibilidad de obtener anualidades más bajas mediante el financiamiento de infraestructura vía bonos o TES.

## 7 CONCLUSIONES

La presente investigación permite identificar distintas interacciones entre el bienestar social, tarifas de peaje, distintas políticas de financiamiento y costos sociales. El modelo propuesto es una herramienta útil para estimar tarifas de peaje por periodo por tipo de vehículo para cualquier tipo de política de financiamiento involucrando costos ambientales, costos de daño al pavimento y costos asociados a la congestión, enfocado en el ámbito rural el cual frecuentemente enfrenta grandes retos para financiar infraestructura vial.

Una de las conclusiones más importantes del presente estudio es que las tarifas dependen de la contribución marginal del vehículo sobre el nivel de externalidad, principalmente por el daño en los pavimentos, por lo que los vehículos tipo C4-C5 y C6 tienden a tener tarifas de peaje promedio más altas cuando  $\gamma_1 = 1$ . No obstante, debido a que las relaciones flujo capacidad en zonas rurales son habitualmente bajas los efectos de la congestión sobre las tarifas optimas son bajos. Las simulaciones permitieron encontrar que en promedio todo camión debe pagar por lo menos 2,53 veces lo que pagaría un automóvil, no obstante, los incrementos en la utilidad del tiempo pueden incrementar este valor llegando a 2,87 veces, en el caso de una variación del 20% de la utilidad.

En general a medida de que la política de financiamiento involucre a los usuarios cada vez más como parte del proceso de recolección de recursos, el bienestar social (SW) disminuye muy levemente, de manera que hay una relación negativa entre SW y  $\delta$ . Bajo estas políticas de financiamiento que requieren alta recolección de ingresos, por ejemplo ( $\delta > 0$ ), las tarifas de los camiones C2-C3 tienden a aumentar significativamente e incluso pueden tomar valores más altos que los camiones de mayores denominaciones (C4-C5 y C6).

Por otra parte, las políticas de financiamiento de infraestructura parcial ( $1 < \delta < 0$ ) generan un bienestar social superior, mientras que aquellas que requieren generar ingresos ( $\delta > 0$ ) pueden desestimular la demanda vehicular y generar problemas distributivos en la implementación de tarifas, siendo estas las que reportan menores excedentes para los consumidores y niveles de bienestar social. Por lo cual es necesario implementar diversas estrategias de gestión para mejorar la aceptabilidad social de los sistemas de tarifas para financiar infraestructura que permitan prevenir la reducción de la demanda vehicular.

Adicionalmente, las simulaciones realizadas muestran que el bienestar social total en promedio tiende a ser mayor cuando se consideran valores de  $\gamma_1$  iguales a 0,5, mientras que cuando obligamos a cada uno de los usuarios a contribuir mediante el pago proporcional a la externalidad que causan el bienestar social en el agregado es ligeramente menor. Este es un resultado interesante debido a que el sistema es capaz de producir equilibrios con un bienestar social mayor si considera subsidios cruzados de aquellos vehículos cuyos volúmenes vehiculares son mayores (como los autos y C2-C3), por lo que es común evidenciar aumentos sustanciales en sus tarifas promedio.

Es importante notar que bajo esta perspectiva ( $\gamma_I=1$ ) la recolección por tarifa siempre es mayor a la externalidad total, lo que indica que las externalidades se introducen en las estructuras de costos de los usuarios vía tarifa de peaje, lo cual sería consistente con las tarifas de peaje más elevadas.

Por otra parte, si comparamos las reasignaciones de la demanda vehicular bajo diferentes políticas de financiamiento, encontramos que el incremento en  $\delta$  genera un aumento en las tarifas por km en periodos de alta demanda inicial, por ende, los vehículos se desplazan a periodos que reportan menos utilidad según sus preferencias pero les permite ahorrar dinero en tarifas.

Ahora bien, el modelo es sensible a los cambios en los parámetros de calibración en especial a lo que respecta a la utilidad de los usuarios que transitan por la vía y los volúmenes vehiculares. El incremento de la utilidad del tiempo genera impactos considerables en los vehículos tipo C4-C5 y C6, debido a que estos aumentan su disponibilidad a pagar por ahorrar un minuto, lo que implica que la recolección por tarifa en estas clases puede ser mayor, eliminando la necesidad de implementar subsidios cruzados desde los vehículos livianos, llegando a equilibrios con bienestar sociales mayores.

Además fue posible identificar que cuando aumenta la utilidad del tiempo para el usuario los escenarios  $\delta > 0$ , las tarifas pueden incrementar desde un 4,14% hasta un 24,14%. En promedio en este tipo de escenarios las tarifas para los autos se reducen mientras que para los camiones incrementan considerablemente. La aplicación del modelo propuesto en dos vías con distintas características permite tener indicios de una herramienta fundamental en el desarrollo de infraestructura vial y la minimización de externalidades que permitan mejorar los niveles de bienestar a nivel social. El modelo es una herramienta muy útil en la planificación urbana y tiene como parámetros más importantes las utilidades de los usuarios (la cual debe ser calibrada mediante la implementación de encuestas de preferencias declaradas), la política de financiamiento a implementar y el valor mínimo de la externalidad que la tarifa debe recuperar, ya que este es un factor vital que puede determinar la existencia de subsidios cruzados o tarifas más altas para camiones C4-C5 y C6.

Ahora bien, es importante tener en cuenta que para efectos prácticos y de implementación la existencia de subsidios cruzados entre tipo de vehículos puede llegar a ser conflictiva. Este efecto puede llegar a generar cambios en el parque automotor debido a que los dueños de vehículos tipo C2-C3, al enfrentarse a mayores cargos por tarifa, pueden desarrollar incentivos para cambiar su flota por vehículos tipo C4-C5, que si bien en el corto plazo implica inversiones importantes, las reducciones en los costos de tarifas pueden hacerlo atractivo en el largo plazo, generando mayores daños al pavimento y congestión vehicular en zonas interurbanas. Este efecto puede incluirse en el modelo al establecer una restricción adicional en la cual la tarifa de los vehículos de menor denominación siempre deben ser inferiores o iguales a aquellos con más ejes, no obstante, este efecto puede ser incluido en futuras investigaciones para mejorar la herramienta.



## 8 LIMITACIONES E INVESTIGACIONES FUTURAS

Si bien la presente investigación presenta una herramienta interesante para la planificación urbana es posible incorporar ciertos factores para mejorar las estimaciones. En primer lugar, estimaciones de curvas de demanda y disponibilidades a pagar de los usuarios que permitan analizar las fluctuaciones reales en la demanda permitiría incluir los efectos en la reducción de los flujos vehiculares y probablemente evitar sobreestimación de la recolección por tarifa. En segundo lugar, los costos operativos adicionales para los usuarios como lubricantes, llantas y aceites pueden ser incluidos en sus costos percibidos mientras que para el concesionario o administrador del peaje se pueden incluir costos de funcionamiento para realizar las actividades de recolección de tarifas.

En tercer lugar, sería interesante incluir factores de ocupación vehicular, de manera que se pueda considerar en el análisis de bienestar las utilidades de aquellos usuarios que son pasajeros y se desplazan en medios con mayor capacidad (buses, por ejemplo). Por último, sería conveniente analizar la elasticidad de la demanda de los vehículos de carga e incorporarla al modelo, debido a que altas elasticidades implicarían que hay mayor coordinación y flexibilidad en las interacciones emisor-receptor de carga, permitiéndole a los vehículos de carga en lo posible reasignarse a jornadas con flujos vehiculares bajos lo que implica menores tarifas por congestión.

Líneas de investigación futura también pueden explorar valoraciones subjetivas de la unidad de infraestructura vial, debido a que la construcción de nuevas vías independiente del fondo que se haya utilizado para la financiación representa un activo fijo que en el agregado podría reportar beneficios sociales positivos.

## 9 BIBLIOGRAFÍA

- Adnan, M. (2014). Passenger Car equivalent factors in heterogenous traffic environment-are we using the right numbers? *Procedia Engineering* 77 , 106-113.
- Ahmed, A., Bai, Q., & Labi, S. (2013). Pavement damage cost estimation: a synthesis of past research. *ICE. Institution of Civil Engineers*.
- Ahmed, A., Bai, Q., Lavrenz, S., & Labi, S. (2015). Estimating the marginal cost of pavement damage by highway users on the basis of practica schedules for pavement maintenance, rehabilitation and reconstruction. *Structure and Infrastructure Engineering*, 1069-1082.
- ANIF. (2017). *Exigencias de Basilea III y Concesiones 4G*. Bogotá: Bancolombia.
- Azlina, N., Yusoff, M., Mohemmed, A., & Aziz, K. (2011). Particle Swarm Optimization for Constrained and Multiobjective Problems. *International Conference on Management and Artificial Intelligence*, 146-150.
- Bai, Y., Hou, W., Schrock, S., Liu, C., & Mulinazzi, T. (2009). Estimating Highway Pavement Damage Costs Attributed to Truck Traffic. *Mid America Transportation Center. Federal Highway Administration*.
- Banco de la República. (Mayo de 2018). *Banco de la República*. Recuperado el 15 de Mayo de 2018, de <http://www.banrep.gov.co/es/trm>
- Behrentz, E. (2008). *Beneficios ambientales asociados con el uso de combustibles alternativos*. Bogotá: Centro de investigaciones en ingeniería ambiental. Universidad de los Andes. Memorias del círculo interdisciplinario de temas ambientales (CITA).
- Börjesson, M., Eliasson, J., & Hamilton, C. (2016). Why experience changes attitudes to congestion pricing: The case of Gothenburg. *Transportation Research Part A* 85, 1-16.
- Borjesson, M., Eliasson, J., Hugosson, M., & Brundell-Freij, K. (2012). The stockholm congestion charges-5 years in. Effects, acceptability and lessons learnt. *Transport Policy* 20, 1-12.
- Cai, H., Burnham, A., & Wang, M. (2013). *Updated Emission Factors of Air Pollutants from Vehicle Operations in GREETM Using MOVES*. Argonne National Laboratory.
- Call, S., & Holahan, W. (1983). *Microeconomia*. Mexico DF: Grupo editorial iberoamérica.
- Cantos-Sánchez, P., Moner-Colonques, R., Sempere-Monerris, J., & Álvarez-SanJaime, Ó. (2009). Alternative pricing regimes in interurban passenger transport with externalities and modal competition. *Regional Science and Urban Economics*.

- Castro, P., & Escobar, L. (2006). *Estimación de las emisiones contaminantes por fuentes móviles a nivel nacional y formulación de lineamientos técnicos para el ajuste de las normas de emisión*. Bogotá: Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.
- Chen, R., & Nozick, L. (2016). Integrating congestion pricing and transit investment planning. *Transportation research part A*, 124-139.
- Cuthbertson, K., & Dobbs, I. (1996). A robust methodology for Ramsey Pricing with an Application to UK Postal Services. *Journal of industrial economics*, 229-247.
- De palma, A., Kilani, M., & Linsey, R. (2005). Congestion pricing on a road network: a study using the dynamic equilibrium simulator METROPOLIS. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 588-611.
- De Rus, G., & Romero, M. (2004). Private financing of roads and optimal pricing: Is it possible to get both? *The annals of regional science*, 485-497.
- De Rus, G., Campos, J., & Nombela, G. (2003). *Economía del Transporte*. Barcelona: Antoni Bosch.
- DNP. (2014). *Plan nacional de desarrollo 2014-2018: Todos por un nuevo país*. Bogotá: Departamento nacional de planeación.
- Duarte, G., Goncalves, G., & Farias, T. (2014). A methodology to estimate real-world vehicle fuel use and emissions based on certification cycle data. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 702-710.
- Duque-Escobar, G. (18 de Junio de 2018). *Los peajes en Colombia están sobreutilizados*. Obtenido de <http://unperiodico.unal.edu.co/pages/detail/los-peajes-en-colombia-estan-sobreutilizados/>
- El Sharkawy, S., Salem, H., Wahdan, A., & Mohammed, M. (2010). Structural and Economical Effect of Over Weight. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 303-310.
- EPA. (2010). *Light-Duty Vehicle Greenhouse Gas Emission Standards and Corporate Average Fuel Economy Standards*. Washington: National Highway Traffic Safety Administration.
- Fan, S., & Chan-Kang, C. (2005). *Road development, economic growth, and poverty reduction in China*. Washington: IFPRI Research Report No. 138. International Food Policy Research Institute.
- Fernández, J. E. (1997). *Apuntes de Economía de transporte*. Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

- Galvan, J., Cantillo, V., & Arellana, J. (2016). Factors Influencing Demand for Buses Powered by Alternative Energy Sources. *Journal of Public Transportation, Vol. 19, No. 2*, 23-37.
- Gobierno de Colombia. (2002). *Ley 787 de 2002*. Bogotá: Gobierno de Colombia.
- Gu, Z., Liu, Z., Cheng, Q., & Saberi, M. (2018). Congestion pricing practices and public acceptance: A review of evidence. *Case Studies on Transport Policy* 6, 94-101.
- Haughwout, A. (2001). Infrastructure and social welfare in metropolitan america. *FRBNY Economic Policy Review*.
- Herrera, D. (2007). *Modelo de emisiones vehiculares para la ciudad de Bogotá*. Bogotá: Universidad de los Andes. Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental.
- Hoglund, P., & Niittymaki, J. (1999). Estimating Vehicle Emissions and Air Pollution related to Driving Patterns and Traffic Calming. *Urban Transport Systems. Proceedings from the 2nd KFB Research Conference in Lund* , 103-113.
- Holguín-Veras, J. e. (2008). An investigation on the effectiveness of joint receiver-carrier policies to increase truck traffic in the off-peak hours. *Networks and Spatial Economics* 8, 327-354.
- Holguín-Veras, J., & Cetin, M. (2009). Optimal tolls for multi-class traffic: Analytical formulations and policy implications. *Transportation Research Part A*, 445-467.
- Hu, X., & Eberhart, R. (2002). Solving Constrained Nonlinear Optimization Problems with Particle Swarm Optimization. *6th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics*.
- Hulten, C., & Shwab, R. (1991). Is There Too Little Public Capital? *Infrastructure Needs and Policy Options for the 1990s*.
- INVIAS. (2008). *Manual de Diseño Geometrico de Carreteras*. Bogotá: Ministerio de Transporte de Colombia.
- INVIAS. (17 de Enero de 2018). *Instituto Nacional de Vias*. Recuperado el 5 de Mayo de 2018, de <https://www.invias.gov.co/index.php/component/content/article/2-uncategorised/57-estado-de-la-red-vial>
- Iseki, H., & Li, Q. (2013). An Empirical Analysis of the Pricing Structure of Toll Facilities Based on Social Costs of Driving by Vehicle Class and Its Effects on Traffic, Toll Revenue, Emission, and ESAL. *Transportation Research Board Annual Meeting*. Washington DC.

- Ivanova, E., & Masarova, J. (2013). IMPORTANCE OF ROAD INFRASTRUCTURE IN THE ECONOMIC DEVELOPMENT AND COMPETITIVENESS. *ECONOMICS AND MANAGEMENT*, 263-274.
- IVE. (Mayo de 2018). *International Vehicle Emissions Model*. Recuperado el 15 de Mayo de 2018, de <http://www.issrc.org/ive/>
- Jaberipour, M., Khorrama, E., & Karimi, B. (2011). Particle swarm algorithm for solving systems of nonlinear equations. *Computers and Mathematics with Applications*, 566-576.
- Jara-Diaz, S. (2007). *Transport economic theory*. Santiago de Chile: Emerald.
- Jara-Diaz, S. (2007). *Transport Economic Theory*. El Servier.
- Jara-Diaz, S., & Videla, J. (1989). Underestimation of user's benefits when income is misspecified in mode choice models. *Transport Policy, Management and Technology Towards 2001*, 233-241.
- Kohli, S., & Daly, A. (2006). The use of logsums in welfare estimation: application in PRISM. *Association for European Transport and contributo*.
- Kristoffersson, I., Engelson, L., & Borjesson, M. (2017). Efficiency vs equity: Conflicting objectives of congestion charges. *Transport Policy* 60, 99-107.
- Kudhiaer, A. (2016). Estimation of free flow speeds and passenger car equivalent factors for multilane highways. *International Journal of Scientific & Engineering Research, Volume 7, Issue 6*, 721-727.
- Lancaster, K. (1966). A new approach to consumer theory. *Journal of political economy*, 132-157.
- Levinson, D., & Gillen, D. (1998). THE FULL COST OF INTERCITY HIGHWAY TRANSPORTATION. *Transportation Research D*, 207-223.
- Li, Z., & Sinha, K. (2000). A Methodology to Determine the Load and Non-Load Shares of Pavement Repair Expenditure. *Joint Transportation Research Program, Purdue University*.
- Light, T. (2009). Optimal highway design and user welfare under value pricing. *Journal of Urban Economics*, 116-124.
- Lindberg, G. (2002). Marginal cost of road maintenance for heavy goods vehicles on Swedish roads. *Infrastructure Cost, unification of Accounts and Marginal Costs for Transport Efficiency (UNITE)*. University of Leeds.

- Lun Wong, H., Luo, R., Zhang, L., & Rozelle, S. (2013). Providing quality infrastructure in rural villages: The case of rural roads in China. *Journal of Development Economics*, 262-274.
- Macea, L., Fuentes, L., & Alvarez, A. (2013). Evaluación de factores camión de los vehículos comerciales de carga que circulan por la red vial principal colombiana. *Revista Facultad de ingeniería Universidad de Antioquia*, 57-69.
- Mbara, T., Nyarirangwe, M., & Mukwashi, T. (2010). Challenges of raising road maintenance funds in developing countries: An analysis of road tolling in Zimbabwe. *Journal of Transport and Supply Chain Management*, 151-175.
- McFadden, D. (2001). Economic Choices. *American Economic Review*, 351-378.
- Mid-America Freight Coalition. (2015). *Understanding freight Vehicle Pavement Impacts: How do passenger vehicles and Trucks Compare?* National Center for Freight & Infrastructure. Research & Education.
- Ministerio de Minas y Energia. (1 de Mayo de 2018). *Ministerio de Minas y Energia*. Recuperado el 15 de Mayo de 2018, de <https://www.minminas.gov.co/precios-ano-2018>
- Ministerio de Transporte, C. (2008). *DESARROLLAR Y PONER EN FUNCIONAMIENTO MODELOS DE DEMANDA Y OFERTA DE TRANSPORTE, QUE PERMITAN PROPONER OPCIONES EN MATERIA DE INFRAESTRUCTURA, PARA AUMENTAR LA COMPETITIVIDAD DE LOS PRODUCTOS COLOMBIANOS*. Bogota: Ministerio de Transporte.
- Ministerio de Transporte. (2017). *Transporte en cifras - documento estadístico del sector transporte*. Bogota: Informe Ministerio de Transporte.
- MTransporte-Invias. (2018). *Resolución 0137 del 15 de enero de 2018*. Bogotá: Ministerio Nacional de Transporte.
- Munnell, A. (1990). How Does Infrastructure Affect Regional Economic Performance? *Federal Reserve Bank of Boston Conference Series no. 34*, 69-103.
- Newbery, D. (1988). Road damage externalities and road user charges. *Econometrica Vol. 56*, 295-316.
- Nicholson, W., & Snyder, C. (2008). *Microeconomic Theory: Basic principles and extensions*. Mason: Thomson Higher Education.
- Nie, Y., & Liu, Y. (2010). Existence of self-financing and Pareto-improving congestion pricing: Impact of value of time distribution. *Transportation Research Part A*, 39-51.

- Oh, J., Labi, S., & Sinha, K. (2007). Implementation and Evaluation of Self-Financing Highway Pricing Schemes. *86th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, (págs. 0-19). Washington.
- Ortúzar, J. d., & Willumsen, L. G. (2011). *Modelling Transport*. John Wiley & Sons Ltd.
- Ospina, G. (2004). *Colombia: Desarrollo Económico Reciente. Balanceando las necesidades sociales y productivas de infraestructura*. Colombia: Banco Mundial.
- Ozbay, K., & Bartin, B. (2001). Estimation and Evaluation of Full Marginal Costs of Highway Transportation in New Jersey. *Journal of Transportation and Statistics*, 81-103.
- Pavement Interactive. (2018). *Pavement Interactive*. Recuperado el 15 de Mayo de 2018, de University of Washington: <http://www.pavementinteractive.org/our-sponsors/>
- Pearce, D., & Nash, C. (1982). The Social Appraisal of Projects: A Text in Cost-Benefit Analysis. *Journal of social policy*.
- Rodriguez, W., Villalba, D., & Saavedra, F. (2016). *Guía para los inventarios organizacionales de emisiones de GEI por uso de combustibles fósiles en actividades industriales y comerciales*; Bogotá D.C. : Fundación Natura; CAEM.
- Samuel, P. (2007). *The Role of Tolls in Financing 21st Century Highways*. Reason Foundation.
- Setyawan, A., & Kusdiantoro, I. (2015). The effect of pavement condition on vehicle speeds and motor vehicles emissions. *Procedia Engineering*, 424-430.
- Shindell, D. (2013). The social Cost of Atmospheric Releases. *Economics The Open-Access*.
- Sider, T., Alam, A., Farrell, W., Hatzopoulou, M., & Eluru, N. (2014). Evaluating vehicular emissions with integrated mesoscopic and microscopic traffic simulation. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 856-868.
- Small, K. A., & Verhoef, E. T. (2007). *The economics of urban transportation*. New york: Routledge.
- Small, K., & Yan, J. (2001). The Value of “Value Pricing” of Roads: Second-Best Pricing and Product Differentiation. *Journal of Urban Economics*.
- Small, K., Clifford, W., & Carol, E. (1989). Road Work, A new highway pricing and investment policy. *The Brookings Institution*.
- Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Wiley.
- Transportation Research Board. (2010). *Highway Capacity Manual*. TRB.

- Turochy, R., Timm, D., & Tisdale, M. (2005). *Truck equivalency factors load spectra modeling and effects on pavement design*. Auburn: Highway Research Center. Harbert Engineering Center.
- Ulloa, A., Badilla, G., Allen, J., & Obando, D. (2008). Determinación de Factores Camión en Pavimentos de Costa Rica. *Infraestructura Vial Vol. 10*, 28-37.
- UMPE. (2018). *Calculadora FECOC 2016*. Recuperado el 15 de Mayo de 2018, de [http://www.upme.gov.co/calculadora\\_emisiones/aplicacion/calculadora.html](http://www.upme.gov.co/calculadora_emisiones/aplicacion/calculadora.html)
- United State Department of Transportation. (1995). *Comprehensive Truck Size and Weight (TS & W) Study: Phase 1 – Synthesis (Pavement and Truck Size and Weight Regulations) Working Paper 3*. Columbus, OH.
- UPME. (2012). *Proyección de Demanda de Combustibles Líquidos y GNV en Colombia. Unidad de Planeación Minero Energética – Grupo de Demanda Energética*. Bogotá: Ministerio de Minas y Energía.
- UPTC. (2007). *Manual de Capacidad Vial y Niveles de Servicio de la Infraestructura Vial*. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia .
- Varian, H. (2010). *Intermediate Microeconomics: A modern Approach*. New York: Norton & Company Inc.
- Verhoef, E. (2002). Second-best congestion pricing in general networks. Heuristic algorithms for finding second-best optimal toll levels and toll points. *Transportation Research Part B*, 707-729.
- Vilalain, P., & Wolfrom, P. (2001). Value pricing and freight traffic: issues and industry constraints in shifting from peak to off-peak movements. *Transportation Research Record 1707*, 64-72.
- Walker, J. (2002). Mixed logit (or logit kernel) model: dispelling misconceptions of identification. *Transportation Research Record*, 86-98.
- Watling, D., Shepherd, S., & Koh, A. (2015). Cordon toll competition in a network of two cities: Formulation and sensitivity to traveller route and demand responses. *Transportation research part B*, 93-116.
- Williams, H. (1977). On the Formation of Travel Demand Models and Economic Evaluation Measures of User Benefit. *Environment and Planning A.: Economy and Space*, 285–344.



## 10 APÉNDICE

### 10.1 Estimación de constantes específicas (preferencias de viaje)

La constante específica ( $\emptyset_i$ ) fue ajustada acorde con las preferencias de viaje de los usuarios, es decir, de acuerdo a los patrones de viaje encontrados en los aforos vehiculares realizados en vías secundarias de uso rural e interurbano. Estos aforos vehiculares cuentan con volúmenes por tipo de vehículo en una semana típica (7 días) de manera continua desde las 00:00 horas hasta las 24:00 de cada día, por lo cual es posible estimar la proporción de mercado de los vehículos que se desplazan entre un origen y un destino en cada hora. El proceso de ajuste de la constante específica está basado en el modelo logit multinomial, teniendo en cuenta lo siguiente:

$$P_i = \frac{e^{V_i}}{\sum_{i=1}^I e^{V_i}}$$

Donde:

i: Periodo en el que se realiza el viaje.

I: Total de periodos disponibles para realizar el viaje.

$P_i$ : Probabilidad de viajar en el periodo i

$V_i$ : Utilidad de un individuo que viaja en el periodo I.

$K_i$ : Utilidad de viajar en el periodo I (Constante específica).

$V_o$ : Utilidad de un individuo que viaja entre un par origen-destino considerando tiempo y costo.

Si consideramos:

$$V_i = V_o + K_i$$

$$P_i = \frac{e^{V_o + K_i}}{\sum_{i=1}^I e^{V_o + K_i}} = \frac{e^{V_o} e^{K_i}}{\sum_{i=1}^I e^{V_o} e^{K_i}} = \frac{e^{V_o} e^{K_i}}{e^{V_o} \sum_{i=1}^I e^{K_i}} = \frac{e^{K_i}}{\sum_{i=1}^I e^{K_i}}$$

Considere otro periodo  $j \in I$  en el que viajar tiene probabilidad  $P_j$ :

$$\begin{aligned} P_i &= \frac{e^{K_i}}{\sum_{i=1}^I e^{K_i}} \\ P_j &= \frac{e^{K_j}}{\sum_{i=1}^I e^{K_i}} \\ \frac{P_i}{P_j} &= \frac{e^{K_i}}{e^{K_j}} \end{aligned}$$

$$\ln\left(\frac{P_i}{P_j}\right) = \ln\left(\frac{e^{K_i}}{e^{K_j}}\right) = K_i - K_j$$

$$\ln\left(\frac{P_i}{P_j}\right) = K_i - K_j$$

Por lo cual, si tomamos el periodo j como referencia ( $K_j = 0$ ) podemos estimar las constantes específicas de todos los demás periodos en I de la siguiente forma:

$$\ln\left(\frac{P_i}{P_j}\right) = K_i$$

Por conveniencia, el periodo j el cual es el periodo de referencia siempre será el que tenga menor proporción de mercado dentro del día aforado.

## 11 ANEXOS

### 11.1 Optimización por Enjambre de partículas

La optimización por enjambre de partículas es una meta heurística inspirada en la inteligencia de los grupos de organismos vivos. Este método de optimización imita el comportamiento social de organismos vivos como el de los peces o aves que buscan lugares con más comida y ha probado su utilidad y versatilidad especialmente en problemas de optimización continua. El algoritmo de enjambre de partículas o PSO por sus siglas en inglés (Particle swarm optimization) funciona bajo dos principios comunicación y aprendizaje, haciéndolo un método bastante simple pero poderoso (Talbi, 2009).

Básicamente un enjambre consiste en  $N$  partículas que flotan en un espacio de solución. Cada partícula  $i$  es una candidata a solución al problema a optimizar y está representada por un vector  $X_i$  en el espacio de decisión, con una posición y velocidad propia. La optimización utiliza la cooperación entre las partículas de manera que el éxito de algunas partículas (aquellas con mayores utilidades) influyen el comportamiento de las demás, generando un ajuste sucesivo de la posición de las partículas hacia un óptimo global dependiendo de la mejor posición que la partícula ha alcanzado por ella misma ( $pbest_i$ ) y la mejor posición que ha sido visitada entre los miembros del enjambre ( $gbest$ ) (Talbi, 2009).

Ahora bien, cada partícula tiene un conjunto de vecinos, los cuales determinan la influencia social entre estas partículas, denominado vecindario. El vecindario de las partículas puede ser definido por el método del mejor global ( $gbest$ ), en el cual el vecindario son todas las partículas, o el mejor local ( $lbest$ ) en el cual el vecindario es un conjunto de partículas directamente conectadas (Talbi, 2009).

Un enjambre de partículas puede visualizarse como un conjunto de células autónomas que actualizan su posición y velocidad en cada iteración según sus experiencias anteriores y las experiencias del enjambre. Para ello las partículas actualizan su velocidad de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$v_i(t) = v_i(t - 1) + \rho_1 C_1 \times (p_i - x_i(t - 1)) + \rho_2 C_2 \times (p_g - x_i(t - 1))$$

Donde:

$v_i(t)$ : Es la velocidad de la partícula  $i$  en la iteración  $t$

$x_i$ : Posición de la partícula  $i$ .

$\rho_1 \rho_2$ : Son variables aleatorias entre 0 y 1.

$C_1$ : Es el factor cognitivo del aprendizaje, que representa la atracción de la partícula a su propio éxito.

$C_2$ : Es el factor de aprendizaje social, que representa la atracción de la partícula hacia el éxito de los demás.

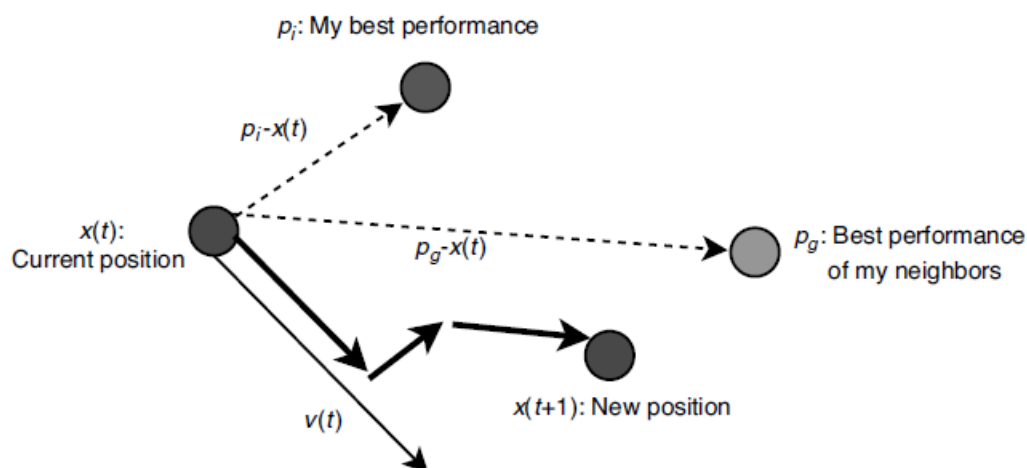
$p_g$ : Mejor posición visitada por el enjambre.

$p_i$ : Mejor posición visitada por la partícula  $i$ .

Posteriormente, cada partícula actualiza su respectiva posición y estima la mejor posición que ha visitado (compara con las posiciones anteriores) y la mejor posición del enjambre (aprendizaje social) estimando la utilidad en las posiciones, por lo que hay un constante intercambio de experiencias entre partículas. La posición se actualiza según la siguiente ecuación:

$$x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t)$$

Usualmente la velocidad se limita para que el sistema no explote por la aleatoriedad del mismo, mientras que los factores  $C_1$  y  $C_2$  son comúnmente fijados en 2; adicionalmente, la posición inicial de las partículas es generada aleatoriamente según una distribución uniforme, con un tamaño de enjambre entre 20 y 60 partículas y con una inercia inicial de 0,9 (Talbi, 2009). A continuación, se puede visualizar un esquema del funcionamiento del algoritmo y los valores típicos recomendados para la optimización mediante PSO:



**Ilustración 53 Esquema de la optimización por enjambre de partículas**

**Fuente:** (Talbi, 2009)

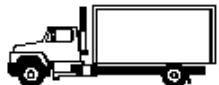


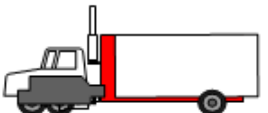



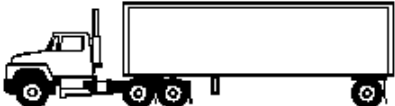
**Tabla 37 Parámetros recomendados para el PSO**


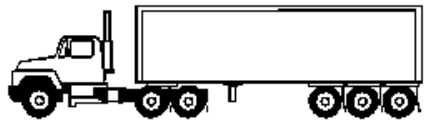
Parameter	Role	Practical Values
$n$	Number of particles	[20, 60]
$\tau_1, \tau_2$	Acceleration coefficients	$\leq 2.0$
$k$	Neighborhood size	$[2, n \cdot \frac{n-1}{2}]$
$w$	Inertia weight	[0.4, 0.9]

**Fuente:** (Talbi, 2009)

Esta meta heurística es una herramienta sumamente importante para la presente investigación debido a que la problemática en estudio cuenta con patrones no lineales (especialmente por el logit multinomial). Estudios recientes han demostrado la utilidad de esta metodología para solucionar sistemas de ecuaciones no lineales (Jaberipour, Khorrama, & Karimi, 2011), sistemas no lineales con restricciones (Hu & Eberhart, 2002) e incluso problemas multi-objetivo (Azlina, Yusoff, Mohemmed, & Aziz, 2011), por lo que el PSO será el método de optimización utilizado para estimar las tarifas de peaje optimas que permitan minimizar las externalidades y ajustarse a las políticas de financiamiento modeladas.

## 11.2 Configuración de los camiones

CONFIGURACIÓN	ESQUEMA DEL VEHÍCULO	DESCRIPCIÓN
C2		Camión rígido de dos ejes. Camión sencillo.
C3		Camión rígido de tres ejes.
C3 Tándem trasero mixto		Camión rígido de tres ejes.
C3 Tándem direccional		Camión rígido de tres ejes.
C4		Camión rígido de cuatro ejes.
C2S1 (C3)		Tractocamión de dos ejes con semirremolque de un eje.
C2S2 (C4)		Tractocamión de dos ejes con semirremolque de dos ejes.
C3S1 (C4)		Tractocamión de tres ejes, con semirremolque de un eje.

C3S2 (C5)		Tractocamión de tres ejes, con semirremolque de dos ejes.
C3S3 (C6)		Tractocamión de tres ejes, con semirremolque de tres ejes.

**Ilustración 54** Esquemas de configuración de los camiones

**Fuente:** (Ministerio de Transporte., 2017)

**Tabla 38** Factores camión en vías representativas por departamentos en Colombia

Departamento	Tipo de vehículo				
	C2	C3	C4	C5	C6
Antioquia	2,26	2,68	5,06	2,63	4,75
Arauca	1,35	1,63	ND	0,52	1,40
Bolívar	1,88	2,53	2,22	2,49	3,05
Boyacá	2,45	2,71	1,51	3,68	4,21
Caldas	2,17	4,90	3,31	6,22	5,11
Casanare	3,10	3,43	1,11	4,52	4,14
Cauca	2,62	3,43	1,28	2,93	5,48
Cesar	2,81	29,47	2,72	3,77	14,55
Cundinamarca	2,41	4,32	2,03	3,30	2,32
Guajira	1,34	1,36	3,22	3,29	6,36
Huila	2,23	2,95	3,00	5,29	4,57
Meta	0,54	0,65	0,35	6,90	3,79
Norte de Sant,	3,14	4,20	1,82	5,83	3,71
Risaralda	1,17	2,94	1,42	3,14	2,42
Sucre	2,80	2,87	5,18	3,68	5,78
Tolima	1,71	2,95	2,03	2,78	3,95
Valle	4,15	8,58	2,33	5,60	5,77

**Fuente:** (Macea, Fuentes, & Alvarez, 2013)

### 11.3 Descripción paramétrica

#### *Medidas de bienestar*

- $SW$ : Bienestar social total expresado en unidades monetarias.
- $CS$ : Excedente del consumidor (usuarios) expresado en unidades monetarias.
- $TR$ : Ingresos recolectados por tarifa expresado en unidades monetarias.

#### *Variables de decisión*

- $\tau_{im}$ : Tarifa de peaje que debe pagar un usuario que se desplaza en el periodo de tiempo  $i$  en el tipo de vehículo  $m$ , expresado en unidades monetarias por vehículo.
- $Q_{im}(\tau_{im})$ : Volumen total de vehículos tipo  $m$  que circula en el periodo  $i$ .
- $Q_i$ : Volumen vehicular total que circula en el periodo  $i$  expresado en vehículos equivalentes.

#### *Conjuntos*

- $M$ : Conjunto de tipos de vehículos que circulan en un par OD.
- $I$ : periodos de tiempo.
- $Z$ : Conjunto de partículas y/o contaminantes emitidos por los vehículos.
- 

#### *Parámetros*

- $Q_m$ : Volumen de vehículos tipo  $m$ .
- $\emptyset_i$ : Constante específica del periodo  $i$ .
- $\emptyset_{tm}$ : Utilidad marginal del tiempo del individuo que viaja en un vehículo tipo  $m$ .
- $\emptyset_{cm}$ : Utilidad marginal del costo del individuo que viaja en un vehículo tipo  $m$ .
- $VST_m$ : Valor subjetivo del tiempo del individuo que viaja en un vehículo tipo  $m$ .
- $\gamma_1$ : Proporción mínima de la externalidad generada que debe pagar un usuario. Cota inferior del rango de la tarifa  $\tau_{im}$ . Donde  $\gamma_1 \geq 0$ .
- $\gamma_2$ : Proporción máxima de la externalidad generada que debe pagar un usuario. Cota superior del rango de la tarifa  $\tau_{im}$ . Donde  $\gamma_1 \leq \gamma_2$ .
- $t_o$ : Tiempo de viaje a flujo libre expresado en minutos.
- $\alpha$  y  $\beta$ : Parámetros de la función BPR.
- $K$ : Capacidad de la vía expresada en vehículos equivalentes por hora
- $L$ : Longitud total que recorre un vehículo en un par OD, expresado en km.
- $PCE_m$ : Equivalencia vehicular del vehículo tipo  $m$ .
- $LEF_m$ : Factor de equivalencia de carga por eje del vehículo tipo  $m$ , expresado en ESALs.
- $\frac{K_a}{DE}$ : Valoración del daño al pavimento, expresada en unidades monetarias por ESAL-km.
- $g_z$ : Costo de la emisión de la partícula tipo  $z$ , expresado en unidades monetarias por gramo.

- $F_{cons_m}$ : Consumo de combustible de un vehículo tipo  $m$ , expresado en galones por km.
- $GUC_m$ : Costo unitario del galón de combustible expresado en unidades monetarias por galón, para el vehículo tipo  $m$ .
- $\rho$ : Tasa de interés.
- $\omega$ : Número total de periodos de amortización.
- $K_a$ : Capital inicial invertido en infraestructura expresado en unidades monetarias.
- $C_{im}^{op}$ : Costo operacional percibido por el usuario que se desplaza en un vehículo tipo  $m$  en el periodo de tiempo  $i$ , expresado en unidades monetarias.
- $A$ : Anualidad total a pagar para amortizar la inversión de capital y los costos de mantenimiento de la infraestructura, expresada en unidades monetarias.
- $\delta$ : Política de financiamiento. Donde  $\delta \geq -1$ .

### ***Variables auxiliares***

- $V_{im}$ : Utilidad de un usuario que viaja en el periodo de tiempo  $i$  en el tipo de vehículo  $m$ .
- $P_{im}(\tau_{im})$ : Probabilidad de que un usuario en el vehículo tipo  $m$  se desplace en el periodo  $i$ , basado en un MNL.
- $C_{im}^{pav}(Q_{im})$ : Costo derivado del daño en el pavimento por la circulación de vehículos tipo  $m$  en el periodo  $i$ , bajo condiciones de flujo  $Q_{im}$ , expresado en unidades monetarias.
- $C_{im}^{env}(Q_{im})$ : Costo ambiental derivado de la emisión de partículas por la circulación de vehículos tipo  $m$  en el periodo  $i$ , bajo condiciones de flujo  $Q_{im}$ .
- $OE_{im}(Q_{im})$ : Otras externalidades diferentes a la congestión vehicular causada por un vehículo tipo  $m$  en el periodo  $i$ , expresado en unidades monetarias.
- $AvC_{im}$ : Costo privado (medio) percibido por un usuario que viaja en un período  $i$  en un vehículo tipo  $m$ , expresado en unidades monetarias.
- $MgC_{im}$ : Costo social (marginal) generado por un usuario que viaja en un período  $i$  en un vehículo tipo  $m$ , expresado en unidades monetarias. La diferencia  $MgC_{im} - AvC_{im}$  corresponde a la externalidad causada por un vehículo tipo  $m$  en el periodo  $i$ .
- $E_{im}$ : Externalidad por daño al pavimento y daño ambiental que causa el vehículo tipo  $m$  en el periodo  $i$ , expresado en unidades monetarias por vehículo.
- $t_i(Q_i)$ : Tiempo de viaje para circulan en un par OD en el periodo  $i$ , expresado en minutos, siguiendo una función BPR.
- $V_i$ : Velocidad promedio de circulación en el periodo  $i$ , expresado en km/h. La cual puede ser estimada dividiendo la longitud del tramo entre el tiempo de viaje.
- $F_{env_{zm}}$ : Función de emisión de un vehículo tipo  $m$  del contaminante tipo  $z$ , expresado en g/km.